

VILNIAUS UNIVERSITETAS
FIZINIŲ IR TECHNOLOGIJOS MOKSLŲ CENTRAS

Irmantas Ratas

**Neuroninių sistemų slopinimo ir desinchronizavimo
algoritmai**

Disertacijos santrauka

Fiziniai mokslai
Fizika (02P)

Vilnius, 2015

Daktaro disertacija rengta 2011–2015 metais Fizinių ir technologijos mokslų centro Puslaidininkų fizikos institute

Mokslinis vadovas:

prof. habil. dr. Kęstutis Pyragas (Fizinių ir technologijos mokslų centras, fiziniai mokslai, fizika – 02P)

Disertacija ginama jungtinėje Vilniaus universiteto ir FTMC Fizikos mokslo krypties taryboje

Pirmininkas:

prof. dr. Egidijus Anisimovas (Vilniaus universitetas, fiziniai mokslai, fizika – 02P)

Nariai:

prof. habil. dr. Kęstutis Staliūnas (Katalonijos politechnikos universitetas, fiziniai mokslai, fizika – 02P)

habil. dr. Arūnas Tamaševičius (Fizinių ir technologijos mokslų centras, fiziniai mokslai, fizika – 02P)

dr. Julius Ruseckas (Vilniaus universitetas, fiziniai mokslai, fizika – 02P)

prof. habil. dr. Minvydas Ragulskis (Kauno technologijos universitetas, technologijos mokslai, mechanikos inžinerija – 09T)

Disertacija bus ginama viešame Fizikos mokslo krypties tarybos posėdyje 2016 m. sausio 22 d. 15 val., Puslaidininkų fizikos instituto 206 kabinete.

Adresas: A. Goštauto 11, LT-01108 Vilnius.

Disertacijos santrauka išsiuntinėta 2015 m. gruodžio 22d.

Disertaciją galima peržiūrėti Fizinių ir technologijos mokslų centro ir Vilniaus universiteto bibliotekose ir VU interneto svetainėje: www.vu.lt/lt/naujienos/ivykiu-kalendorius

VILNIUS UNIVERSITY
CENTER FOR PHYSICAL SCIENCE AND TECHNOLOGY

Irmantas Ratas

**Algorithms for inhibition and desynchronization of
neural systems**

Summary of Doctoral dissertation

Physical sciences

Physics (02P)

Vilnius, 2015

The dissertation was prepared at Center For Physical Sciences And Technology in 2011–2015

Scientific supervisor:

prof. habil. dr. Kęstutis Pyragas (Center for Physical Sciences and Technology, Physical sciences, Physics – 02P)

Dissertation will be defended at the Council of Scientific Field of Physics at the Vilnius University

Chairman:

prof. dr. Egidijus Anisimovas (Vilnius University, Physical sciences, Physics – 02P)

Members:

prof. habil. dr. Kęstutis Staliūnas (The Universitat Politècnica de Catalunya, Physical sciences, Physics – 02P)

habil. dr. Arūnas Tamaševičius (Center for Physical Sciences and Technology, Physical sciences, Physics – 02P)

dr. Julius Ruseckas (Vilnius University, Physical sciences, Physics – 02P)

prof. habil. dr. Minvydas Ragulskis (Kaunas University of Technology, Technological sciences, Mechanical Engineering – 09T)

The official defence of the dissertation will be held at 15 p.m. on 22th of January, 2016 in 206 auditorium at the Semiconductor Physics Institute.

Address: A. Goštauto 11, LT-01108 Vilnius, Lithuania.

Summary of the dissertation was distributed on 22th of December, 2015.

The dissertation is available for preview at the libraries of Vilnius University and of Center for Physical Sciences and Technology, and at the VU website:

www.vu.lt/lt/naujienos/ivykiu-kalendorius

TURINYS

Įvadas	vii
Pagrindiniai darbo tikslai	viii
Mokslinis naujumas	viii
Ginamieji teiginiai	ix
Publikacijų sąrašas	x
Asmeninis autoriaus indėlis	xii
Padėka	xii
1 Darbo struktūra ir turinys	1
1.1 Įvadas	1
1.2 Neuronai, neuroninės sistemos ir sinchronizacija	1
1.3 Aukšto dažnio stimuliacijos poveikis impulso sklidimui aksonu	1
1.3.1 Nemielinuoto aksono atvejis	2
1.3.2 Mielinuoto aksono atvejis	7
1.4 Sinchronizacijos valdymas registracijos-stimuliacijos metodu	11
1.4.1 Stuart-Landau osciliatoriai sujungti ir veikiami abiemis kintamaisiais	11
1.4.2 Stuart-Landau osciliatorių valdymas per vieną kintamąjį	17
1.4.3 Sinaptiškai sujungti FitzHugh-Nagumo neuronai	17
1.4.4 Hodgkin-Huxley neuronai veikiami registracijos-stimuliacijos algoritmu su srovės balanso sąlyga	18
1.5 Sinchronizacijos valdymas bistabliuose osciliatorių tinkluose	19
1.5.1 Koordinuoto fazės postūmio metodas	20
1.5.2 Bistabilios sinchronizacijos tinklų modeliai	20
1.5.3 Sinchronizacijos panaikinimas registracijos-stimuliacijos algoritmu	21
1.5.4 Sinchronizacijos valdymas koordinuotu fazės postūmio metodu	22

Rezultatų santrauka ir išvados	25
Literatūra	28
Darbe naudojamų santrumpų sąrašas	29
Summary	31

ĮVADAS

Disertacijoje nagrinėjama sužadinamų ir virpesinių neuroninių sistemų dinamika ir valdymas. Aptariami tiek patys paprasčiausi, tiek sudėtingesni neuronų ir jų tinklų modeliai. Nors disertacijoje naudojami supaprastinti realių neuronų matematiniai modeliai, tikimasi, kad šis darbas neuromoksle padės plėtoti naujus valdymo metodus.

Neuronai – ląstelės, kurios tarpusavyje sąveikauja elektriniais ir cheminiais signalais. Išskirtinė neuronų aktyvumo savybė yra membranos potencialo virpesių generavimas. Dėl minėtų elektrinių ir cheminių sąveikų neuronai linkę sinchronizuotis arba, kitaip tariant, sudaryti koherentinę būseną. Viena vertus, sinchronizuota neuronų veikla susijusi su tokiomis svarbiomis smegenų funkcijomis, kaip regėjimas, atmintis ar judesių koordinavimas, kita vertus, patologinė sinchronizacija nulemia epilepsijos priepuolius ar Parkinsono ligos simptomus.

Tačiau nereiktų susidaryti įspūdžio, kad sinchronizacija būdinga tik neuroninėms sistemoms. Vizualinis sinchronizacijos grožis atsiskleidžia stebint sinchroniškai mirkčiojančius jonvabalius ar krabų sinchronizuotą žnyplių kilnojamą viliojant pateles. Sinchronizacijos reiškiniu domisi ir inžinieriai, kadangi skersiniai tilto judesiai gali priversti pėsčiuosius vaikščioti koherentiškai, kaip tai nutiko Londono „Tūkstantmečio tilto“ atveju, arba prasta elektros tinklo sinchronizacija gali atnešti didžiulių energijos nuostolių. Kaip matyti iš pateiktų pavyzdžių, sinchronizacijos proceso supratimas ir valdymas yra svarbi bei aktuali tema.

Žodį „sinchronizacija“ mes suprantame kaip osciliatorių periodų susiderinimą dėl silpnos tarpusavio sąveikos. Disertacijoje, kalbėdami apie sinchronizacijos valdymą, mintyje turimas sistemos pervedimas iš koherentinės į nekoherentinę būseną. Bendru atveju į sinchronizacijos valdymo apibrėžimą įeina ir atvirkštinis uždavinys, kai nekoherentinę sistemą reikia pervesti į koherentinę būseną. Darbas atliktas pasitelkus netiesinės dinamikos mokslą. Šiame moksle yra išvystyti tokie metodai, kaip fazės redukcijos ar normalinių formų teorija, kurie leidžia įvairius sudėtingus modelius nagrinėti paprastomis universaliomis lygtimis.

Ankstyvoje Parkinsono ligos stadijoje sinchronizuotas neuronų elgesys slopinamas vais-

tais. Tačiau progresuojant ligai vaistų efektyvumas mažėja. Tokiu atveju kai kuriems pacientams taikoma giluminė smegenų stimuliacija, kurios metu per smegenyse implantuotus elektrodus aukštadažnės srovės impulsais veikiamos tam tikros smegenų dalys. Nepaisant ilgos ir sėkmingos aukštadažnės smegenų stimuliacijos taikymo istorijos, jos veikimo mechanizmas dar nėra visiškai supastas.

Valdymas aukštadažne smegenų stimuliacija yra be grįžtamojo ryšio. Buvo pastebėta, kad šio metodo efektyvumas skirtingiems pacientams yra labai nevienodas, be to, bėgant laikui mažėja. Valdymo signalas, nepriklausomai nuo paciento būklės, nuolat veikia smegenis, šitaip neefektyviai eikvodamas baterijos energiją, kuri yra įsiūta po oda, taip pat didina tikimybę pažeisti stimuliuojamus audinius. Pastaruoju metu kyla didelis susidomėjimas algoritmų su grįžtamojo ryšiu pritaikymu neuroninėms sistemoms.

Kadangi smegenys yra gyvybiškai svarbus organas, atliekant intervencijas turi būti laikomasi ypatingų atsargumo priemonių. Pirmiausia, poveikio signalams galioja keletas apribojimų: (1) srovės amplitudė negali viršyti tam tikrų verčių; (2) stimuliacijos srovė neturėtų ląstelėje kaupti krūvio. Be to, vienintelis išmatuojamas ląstelės būsenos dydis yra membranos potencialas, o tinklo atveju, tik bendras visų neuronų sugeneruotas laukas. Išvardinti ribojimai bus detaliau aptarti pristatant desinchronizacijos algoritmus.

Pagrindiniai darbo tikslai

1. Pritaikyti vidurkinimo bei kitus singuliarios perturbacijos metodus aukštu dažniu veikiams neuronams.
2. Ištirti aukšto dažnio stimuliacijos poveikį impulso sklidimui mielinuotame ir nemielinuotame neuronuose.
3. Sukurti valdymo algoritmą, kuris sujungtų osciliatorių tinkle, stabilizuotų nekoherentinę būseną.
4. Išanalizuoti galimus sinchronizacijos bistabilumo valdymo būdus.

Mokslinis naujumas

1. Naudojant vidurkinimo ir geometrinės singuliarios perturbacijos metodus, buvo surastos aukštadažnės stimuliacijos veikiamo impulso sklindančio nemielinuotu FitzHugh-

Nagumo aksonu charakteristikos. Parodyta, kad aukštadažnės stimuliacijos įtaka impulsui apibūdinama parametru, kuris lygus stimuliacijos srovės amplitudės ir dažnio santykiui. Egzistuoja tokia šio parametro reikšmė, ties kuria impulso sklidimas sistemoje tampa nebeįmanomas.

2. Išanalizuotas homogeninės aukštadažnės stimuliacijos poveikis viendimensinei FitzHugh-Nagumo sužadintų elementų grandinėlei (mielinuoto aksono modeliui). Parodyta, kad priklausomai nuo amplitudės, aukštadažnė stimuliacija gali sustabdyti impulso sklidimą arba nelaidžius impulsams neuronus padaryti laidžius.
3. Globaliai sujungtų osciliatorių sinchronizacijos valdymui pasiūlytas trūkiaus grįžtamojo ryšio su delsa (registracijos-stimuliacijos) algoritmas. Analitiškai ir skaitmeniškai algoritmo efektyvumas pademonstruotas su Stuart-Landau osciliatoriais, taip pat sinaptiškai sujungtais FitzHugh-Nagumo bei Hodgkin-Huxley neuronais.
4. Išnagrinėta sistemų su sinchronizacijos bistabilumu (sistemos, kurios tam tikrame parametru ruože turi stabilias koherentinę ir nekoherentinę būsenas), valdymo problema. Valdymui pasiūlyti registracijos-stimuliacijos bei koordinuotos fazės postūmio metodai.

Ginamieji teiginiai

1. Aukštų dažnių riboje, slenkstinės amplitudės vertė, ties kuria impulso sklidimas mielinuotame ir nemielinuotame aksone tampa nebeįmanomas, yra tiesiškai proporcinga stimuliacijos dažniui.
2. Neurono sužadavimo slenkstis gali būti efektyviai valdomas, naudojant aukštadažnę stimuliaciją, dėl ko aukšto intensyvumo stimuliacija slopina impulso sklidimą mielinuotame ir nemielinuotame aksone, o mažo intensyvumo stimuliacija mielinuotame aksone skatina impulso sklidimą.
3. Registracijos-stimuliacijos metodas efektyviai stabilizuoja nekoherentinę būseną monostabiliame osciliatorių tinkle ir atitinka reikalavimus, keliamus realių neuroninių sistemų stimuliavimui.
4. Registracijos-stimuliacijos ir koordinuoto fazės postūmio metodais galima perjungti

bistabilius osciliatorių tinklus iš stabilios koherentinės į stabilią nekoherentinę būseną. Koordinuotos fazės postūmio metodas veikia ir bemastelinio tinklo topologijos atveju.

Publikacijų sąrašas

Straipsniai Web of science referuojamuose žurnaluose

- [A1] I. Ratas, K. Pyragas, Effect of high-frequency stimulation on nerve pulse propagation in the FitzHugh–Nagumo model, *Nonlinear Dyn.* **67**, 2899-2908 (2012)
- [A2] I. Ratas, K. Pyragas, Pulse propagation and failure in the discrete FitzHugh-Nagumo model subject to high-frequency stimulation, *Phys. Rev. E* **86**, 046211 (2012)
- [A3] I. Ratas, K. Pyragas, Controlling synchrony in oscillatory networks via an act-and-wait algorithm, *Phys. Rev. E* **90**, 032914 (2014)
- [A4] I. Ratas, K. Pyragas, Eliminating synchronization in bistable networks, *Nonlinear Dyn.*, DOI:10.1007/s11071-015-2393-6

Tarptautinėse konferencijose¹

- [A5] I. Ratas, K. Pyragas, Desynchronization of oscillatory networks by intermittent delayed feedback control, *The 5th International Conference (CHAOS 2012) on Chaotic modelling, Simulation and Applications (Athens, 2012.06.12-15). Book of Abstracts*, p. 131 (žodinis pranešimas)
- [A6] I. Ratas, K. Pyragas, Enhancement and suppression of pulse propagation in a discrete FitzHugh-Nagumo model subjected to a high-frequency stimulation, *XXXII Dynamic Days Europe (Gothenburg, 2012.09.2-7). Book of Abstracts*, p. 216 (stendinis pranešimas)
- [A7] I. Ratas, K. Pyragas, Application of act and wait control to oscillatory network desynchronization, *XXXIII Dynamic Days Europe (Madrid, 2013.07.3-7). Book of Abstracts*, p. 251 (žodinis pranešimas)

¹Pirmas sąrašas yra nurodomas pranešėjas

- [A8] I. Ratas, K. Pyragas, Search for optimal signals to suppress synchronization in oscillatory networks, *8th European Nonlinear Dynamics Conference (Vienna, 2014.07.6-11)*. *Proceedings of 8th European Nonlinear Dynamics Conference* (žodinis pranešimas)
- [A9] I. Ratas, K. Pyragas, Control of synchronization bistability in oscillatory networks, *XXXIV Dynamic Days Europe (Bayreuth, 2014.09.8-12)*. *Book of Abstracts*, p. 158 (žodinis pranešimas)
- [A10] K. Pyragas, I. Ratas, Controlling synchrony in oscillatory networks via act-and-wait algorithm, *XXXIV Dynamic Days Europe (Bayreuth, 2014.09.8-12)*. *Book of Abstracts*, p. 157
- [A11] K. Pyragas, I. Ratas, Cancelling synchronization in bistable oscillatory networks, *The 8th International Conference (CHAOS 2015) on Chaotic modelling and Simulation (Paris, 2015.05.26-29)*. *Book of Abstracts*, p. 108

Nacionalinėse konferencijose

- [A12] I. Ratas, K. Pyragas, Aukštadažnės stimuliacijos poveikis Fitzhugh-Nagumo modelio neuronui, *39-oji Lietuvos nacionalinė fizikos konferencija (Vilnius, 2011.10.6-8)*. *Programa ir pranešimų tezės*, p. 118 (stendinis pranešimas)
- [A13] I. Ratas, K. Pyragas, Desinchronizacijos signalo optimizavimas, *40-oji Lietuvos nacionalinė fizikos konferencija (Vilnius, 2013.06.10-12)*. *Programa ir pranešimų tezės*, p. 122 (stendinis pranešimas)
- [A14] I. Ratas, K. Pyragas, Sinchronizacijos valdymas bistabiliuose osciliatorių tinkluose, *41-oji Lietuvos nacionalinė fizikos konferencija (Vilnius, 2015.06.17-19)*. *Programa ir pranešimų tezės*, p. 360 (stendinis pranešimas)

Apie autorių

Irmantas Ratas gimė 1986 m. Plungėje. 2005 m. baigė Plungės "Saulės" gimnaziją. 2005 m. įstojo į Vilniaus universitetą, Fizikos fakultetą, Fizikos ir astrofizikos programą. Šias studijas baigė 2009 m. ir įstojo į Vilniaus universiteto, Fizikos fakulteto, Teorinės fizikos ir astrofizikos magistrantūros studijų programą, kurią baigė 2011 m. Tais pačiais metais priimtas į doktorantūros studijas Fizinių ir technologijos mokslų centre.

Asmeninis autoriaus indėlis

Autorius išvedė daugumą disertacijoje aprašytų analizinių rezultatų, taip pat atliko skaitmeninius skaičiavimus.

Padėka

Nuoširdžiai dėkoju savo doktorantūros darbo vadovui prof. habil. dr. Kęstučiui Pyragui už kantrybę, daugybę diskusijų ir pasiūlymų sprendžiant iškilusias mokslines problemas.

Esu dėkingas savo kolegai dr. Viktorui Novičenko už bendradarbiavimą, įdomias diskusijas ir geras bei linksmas akimirkas.

Taip pat norėčiau padėkoti savo fizikos mokytojui Aloyzui Lukavičiui už tai, kad paskatino ir palaikė mano domėjimąsi fizika.

Galiausiai norėčiau padėkoti savo šeimai ir draugams už moralinę paramą ir tai, kad retkarčiais leido atitrūkti nuo mokslo, nes po atotrūkių galėjau grįžti su naujomis idėjomis.

1 skyrius: DARBO STRUKTŪRA IR TURINYS

1.1 Įvadas

Įvade suformuluojamas darbo aktualumas, pagrindiniai darbo tikslai, mokslinis naujumas ir ginamieji teiginiai.

1.2 Neuronai, neuroninės sistemos ir sinchronizacija

Šis skyrius skirtas supažindinti skaitytoją su darbo tematika. Pirmame skyrelyje yra apibūdinami neuronai, jų modelių sudarymo principai, neuronų tinklai, aprašomos sinapsinio ryšio rūšys. Kadangi dalyje disertacijos neuronai laikomi osciliatoriais, tai antrame skyrelyje glaustai pristatomas fazinės redukcijos mokslas. Apibrėžiama, kas yra fazė, o toliau naudojantis šiuo apibrėžimu įvedama sinchronizacijos sąvoka. Skyrius pabaigiamas literatūros apžvalga, kurioje pristatomi straipsniai, susiję su neuroninių sistemų valdymu.

1.3 Aukšto dažnio stimuliacijos poveikis impulso sklidimui aksonu

Šiame skyriuje nagrinėjamas homogeninės AD stimuliacijos poveikis impulso sklidimui vienmačiame neurono aksone, aptariami mielinuoto ir nemielinuoto aksono atvejai. Pats aksonas modeliuojamas FitzHugh-Nagumo (FHN) lygtimis. Parodoma, jog pakankamai didelio intensyvumo AD stimuliacija impulso sklidimą gali sustabdyti. Siekdami analitinių rezultatų originalias lygtis supaprastiname naudodami vidurkinimo metodą [1]. Tokiu būdu neurono dinamika suskirstoma į lėtąją ir greitąją komponentes. Toliau gautoms vidurkintoms lygtims pritaikome asimptotinio impulso konstravimo metodą [2, 3]. Abu šie metodai leidžia analitiškai įvertinti AD stimuliacijos poveikį impulso parametrams.

1.3.1 Nemielinuoto aksono atvejis

Nemielinuotas aksonas aprašomas lygtimis:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = f(v) - w + D \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + a \cos(\omega t), \quad (1.1a)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \varepsilon(v + \beta - \gamma w). \quad (1.1b)$$

Lygtis (1.1a) aprašo membranos potencialo dinamiką v , kur $f(v) = v - v^3/3$ yra joninės srovės šaltinis, D – difuzijos koeficientas, x – koordinatė, o parametrai a ir ω atitinkamai nusako AD stimuliacijos amplitudę ir dažnį. Lygtis (1.1b) nusako lėtojo kompensacinio kintamojo w dinamiką, kur $\varepsilon \ll 1$. Parametrai β ir γ parinkti taip, kad nesant stimuliacijos ($a = 0$), neuronas būtų sužadinate būsena. Skaitmeniniai rezultatai gauti naudojant $\beta = 0.7$ ir $\gamma = 0.8$ parametrų reikšmes. Pakeitus erdvinį mastelį x , difuzijos koeficientas D gali būti eliminuotas, todėl toliau laikysime, jog $D = 1$.

Pasinaudodami tuo, kad stimuliacijos dažnis ω , lyginant su procesų vykstančių neurone sparta, yra didelis, sieksime panaikinti AD narį $a \cos(\omega t)$ ir gauti autonominę sistemą, kurios sprendinys tam tikru artutiniumu sutaptų su lygčių (1.1) sprendiniu. Pirmiausia atliekamas kintamųjų pakeitimas

$$v = V + A \sin(\omega t), \quad (1.2a)$$

$$w = W, \quad (1.2b)$$

kur

$$A = a/\omega. \quad (1.3)$$

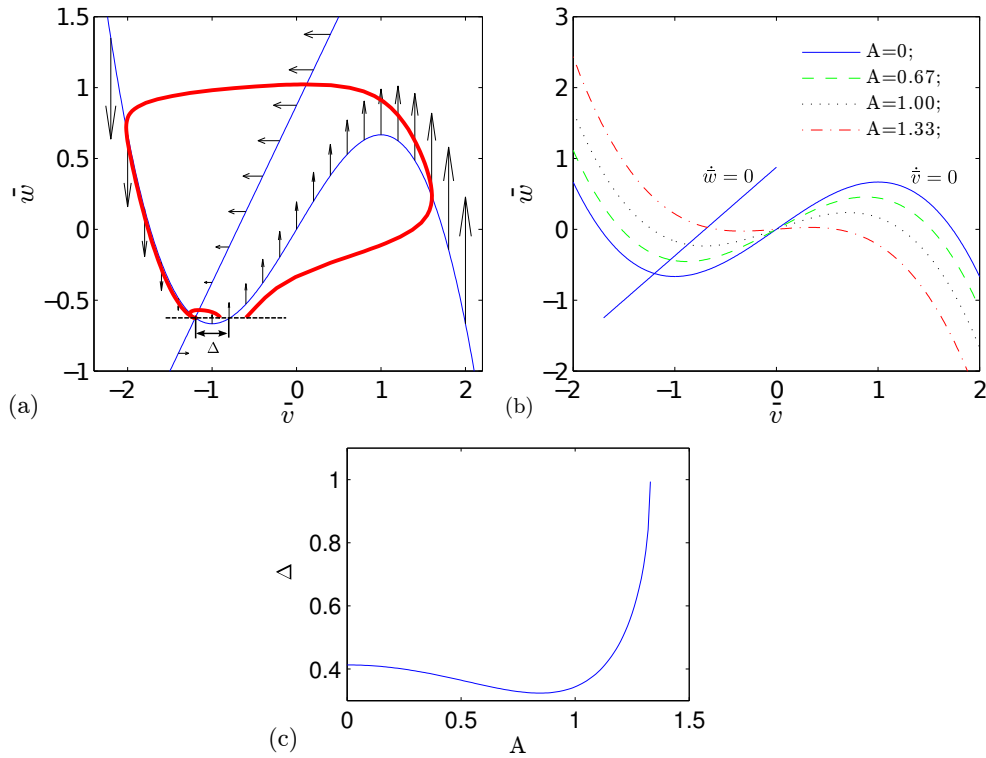
Pakeisdami laiko mastelį į $t = \omega\tau$, gausime

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \omega^{-1} \{f[V + A \sin(\tau)] - W + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\}, \quad (1.4a)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = \omega^{-1} \varepsilon [V + A \sin(\tau) + \beta - \gamma W]. \quad (1.4b)$$

Reiktų pastebėti, jog užfiksavus stimuliacijos amplitudę a ir didinant dažnį ω , AD daromas poveikis sistemai mažėja, todėl siekdami paveikti sistemą, turime reikalauti, jog $a \propto \omega$, tik tokiu atveju, didinant ω stimuliacijos intensyvumas A išliks baigtinis.

Kadangi $\omega^{-1} \ll 1$, tai kintamieji V ir W kinta lėtai, o funkcija $A \sin(\tau)$ osciliuoja grei-



1.1 pav. Sistemos (1.5): (a) nulinės izoklinės (mėlyna/plona kreivė), kai $A = 0$ kartu su vektoriniu lauku ir dviem trajektorijomis (raudonos/storos kreivės); (b) nulinių izoklinių priklausomybė nuo stimuliacijos intensyvumo A ; (c) Stimuliacijos intensyvumo A poveikis sistemos sužadinanumui Δ .

tai. Remiantis vidurkinimo teorema [1], lygčių sistemos (1.4) sprendinys tikslumu $O(\omega^{-1})$ sutampa su lygčių

$$\dot{\bar{v}} = \bar{f}(\bar{v}) - \bar{w} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2}, \quad (1.5a)$$

$$\dot{\bar{w}} = \varepsilon(\bar{v} + \beta - \gamma \bar{w}), \quad (1.5b)$$

sprendiniu, t.y. $V = \bar{v} + O(\omega^{-1})$ ir $W = \bar{w} + O(\omega^{-1})$. Šios lygtys gautos (1.4) lygčių dešinės pusės suvidurkinus per laiko intervalą $(0, 2\pi)$ ir grįžus prie lėtojo laiko t .

Suvidurkintų lygčių (1.5) pavidalas, panašus į originalių (1.1) (esant $a = 0$ jos sutampa), stimuliacija koreguoja tik joninių srovių dedamąją $\bar{f}(\bar{v}) = (1 - A^2/2)\bar{v} - \bar{v}^3/3$. Tokia priklausomybė keičia sistemos sužadinanumą Δ – minimalią reikalingą potencialo perturbaciją, kad sistema sugeneruotų staigų potencialo šuolį, žr. 1.1 (a) paveiksluką. Iš paveikslėlių 1.1 (b) ir 1.1 (c) matyti, jog didinant stimuliacijos intensyvumą sužadinanumo riba Δ didėja.

Suvidurkintų lygčių bėgančio impulso sprendinys. Atlikę kintamųjų pakeitimą $\xi = x - ct$, kur $c > 0$ yra impulso greitis, kuris bus apibrėžtas vėliau, pereiname į judančių

koordinacių sistemą

$$\bar{v}_\xi = \bar{u}, \quad (1.6a)$$

$$\bar{u}_\xi = -\bar{v}\left(1 - \frac{A^2}{2}\right) + \frac{\bar{v}^3}{3} + \bar{w} - c\bar{u}, \quad (1.6b)$$

$$\bar{w}_\xi = -\frac{\varepsilon}{c}(\bar{v} + \beta - \gamma\bar{w}). \quad (1.6c)$$

Čia indeksas ξ žymi išvestinę pagal naują koordinatę ξ , o $\bar{u} \equiv \bar{v}_\xi$. Ši sistema turi vieną rimties tašką (V_0, U_0, W_0) su koordinatėmis $U_0 = 0$, $W_0 = (V_0 + \beta)/\gamma$ ir realiu V_0 , tenkinančiu lygtį

$$\frac{V_0^3}{3} - V_0 \left(1 - \frac{1}{\gamma} - \frac{A^2}{2}\right) + \frac{\beta}{\gamma} = 0. \quad (1.7)$$

Pastūmę koordinacių pradžią į rimties tašką, lygtis (1.6) perrašome nuokrypiams nuo jo $(\delta v, \delta u, \delta w) = (\bar{v} - V_0, \bar{u} - U_0, \bar{w} - W_0)$:

$$\delta v_\xi = \delta u, \quad (1.8a)$$

$$\delta u_\xi = -F(\delta v) + \delta w - c\delta u, \quad (1.8b)$$

$$\delta w_\xi = -(\delta v - \gamma\delta w)\varepsilon/c. \quad (1.8c)$$

Čia $F(\delta v) = (1 - A^2/2 - V_0^2)\delta v - V_0\delta v^2 - \delta v^3/3$. Polinomas $F(\delta v)$ turi tris realias šaknis, kurių viena yra lygi nuliui, todėl $F(\delta v)$ gali būti faktorizuotas

$$F(\delta v) = -\delta v(\delta v - V_1)(\delta v - V_2)/3. \quad (1.9)$$

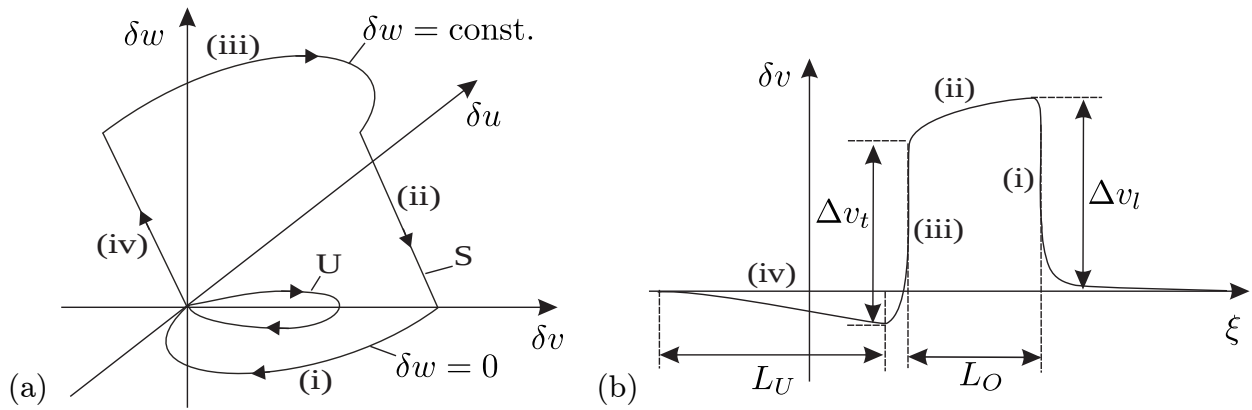
Čia V_1 ir V_2 žymi kitas, teigiamas, polinomo šaknis. Analizinė jų išraiška

$$V_{1,2} = \frac{1}{2} \left(-3V_0 \pm \sqrt{12 - 6A^2 - 3V_0^2} \right). \quad (1.10)$$

Šaknis V_2 turi aiškią fizikinę prasmę – ji apibrėžia neurono sužadynamumo slenkstį Δ .

Riba $\varepsilon \rightarrow 0$. Šiuo ribiniu atveju, bėgančio impulso sprendinys gali būti sukonstruotas pasinaudojus singuliarios perturbacijos teorija [2, 3]. Sistemos (1.8) homoklininių trajektorių brėžinys riboje $\varepsilon \rightarrow 0$ pavaizduotas 1.2 (a) paveikslėlyje. Susidaro nestabili (brėžinyje pažymėta U) [4] ir stabili (S) [5] homoklininės trajektorijos. Mus domina tik stabili trajektorija.

Įtampos kintamojo δv impulsas, esant baigtiniam ε , pavaizduotas paveikslėlyje 1.2 (b).



1.2 pav. (a) Sistemos (1.8) stabilios (S) ir nestabilios (U) homoklininių trajektorijų brėžiniai singuliarios perturbacijos riboje $\varepsilon = 0$. (b) Įtampos kintamojo δv impulsas, atitinkantis stabilią (S) homoklininę trajektoriją, esant mažam parametru $\varepsilon > 0$. Dydžiai Δv_l ir Δv_t atitinkamai žymi priekinio ir galinio frontų aukščius, o L_O ir L_U žymi impulso priekinės ir galinės dalies ilgius.

Impulsas susideda iš keturių dalių, kurias toliau panagrinėsime atskirai.

(i) *Priekinis frontas*. Priekinis frontas fazinėje erdvėje išsidėstęs plokštumoje $\delta w = 0$, o dinamika apibrėžta lygtimis (1.8a)-(1.8b). Šiose lygtyse priekinį frontą aprašo heteroklininė trajektorija jungianti rimties taškus $(0, 0)$ ir $(V_1, 0)$. Iš šios sąlygos nustatoma, jog impulso greitis yra [6]

$$c = \sqrt{1/6} (V_1 - 2V_2). \quad (1.11)$$

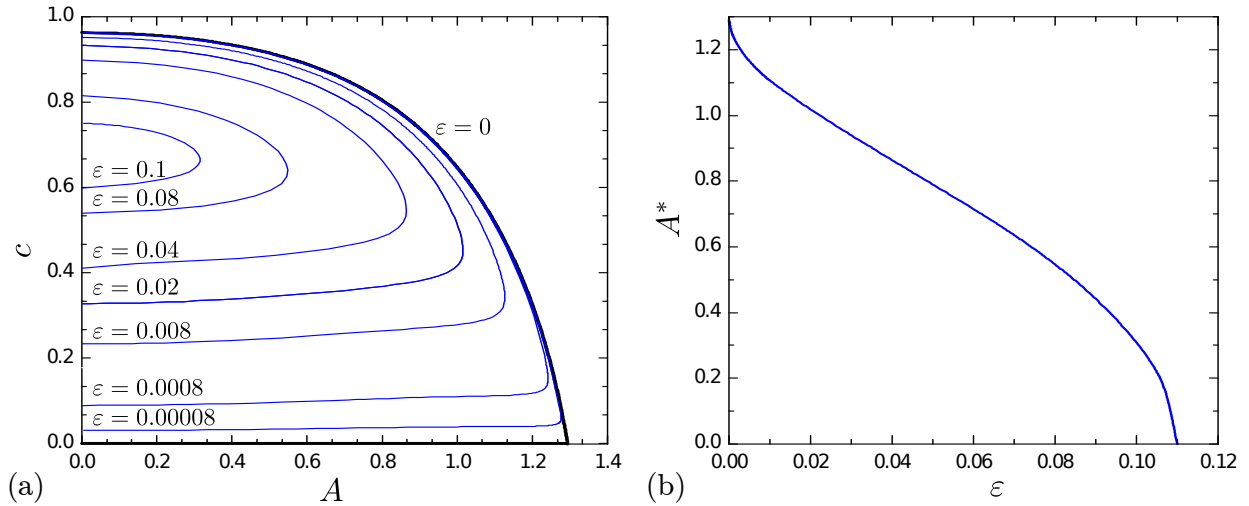
Greičio c priklausomybė nuo stimuliacijos intensyvumo A gali būti surasta parametriniu pavidalu pasitelkiant sąryšį (1.7). Nustatyta priklausomybė stora linija pavaizduota 1.3 (a) paveikslėlyje. Matome, jog didinant stimuliacijos intensyvumą A , impulso greitis mažėja, kol tampa lygus 0. Šiame taške susilieja stabili ir nestabili homoklininės trajektorijos ir sistemoje bėgančio impulso sprendinys išnyksta. Susidūrimas įvyksta, kai

$$A^* = \sqrt{2(1 - \beta^2/3)}. \quad (1.12)$$

(ii) *Lėta relaksacija iš $\delta w = 0$ į $\delta w = \tilde{W}$* . Šioje srityje į greitųjų sistemos (1.8) kintamųjų dinamiką galime neatsižvelgti, t.y. $\delta v_\xi = 0$ ir $\delta u_\xi = 0$. Remiantis šiomis prielaidomis, galima nustatyti impulso priekinės dalies ilgį.

(iii) *Galinis frontas*. Kaip ir priekinio fronto atveju, sistemos dinamiką aprašo (1.8a)-(1.8b) lygtys, tik šiuo atveju heteroklininė trajektorija yra plokštumoje $\delta w = \tilde{W}$.

(iv) *Lėta relaksacija iš $\delta w = \tilde{W}$ į $\delta w = 0$* . Čia kaip ir (ii) atveju, greitųjų kintamųjų dinamikos galime nepaisyti.

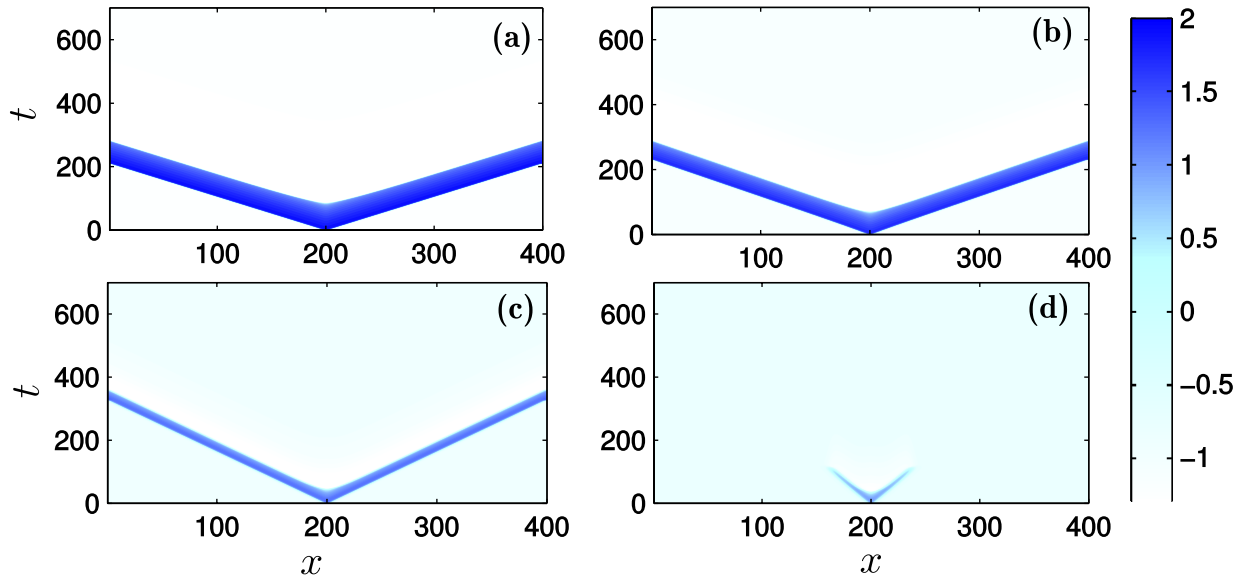


1.3 pav. (a) Impulso greičio c priklausomybė nuo stimuliacijos parametro A skirtingiems ε . Tamsesnės kreivės gautos analitiniu būdu $\varepsilon \rightarrow 0$ riboje. (b) Slenkstinės stimuliacijos intensyvumo vertės A^* priklausomybė nuo parametro ε .

Nagrinėjant šias keturias sritis, randamas parametrinė priekinės ir galinės impulso dalių bei jo frontų aukščių priklausomybė nuo stimuliacijos intensyvumo. Nustatyta, jog impulsas ties kritine stimuliacijos intensyvumo A verte turi baigtinius fronto aukščius, o impulso ilgis tampa lygus 0.

Impulsai baigtiniams $\varepsilon > 0$. Esant baigtinėms parametro ε vertėms, homoklininės sistemos (1.8) trajektorijos gali būti surastos tik skaitmeniškai. Impulso greičio priklausomybė nuo stimuliacijos parametro A esant skirtingoms parametro ε vertėms pademonstruota 1.3 (a) paveikslėlyje. Kiekvienos kreivės viršutinė dalis priklauso stabiliai homoklininei orbitai, o apatinė nestabiliai. Taškas, kuriame susiduria kreivės, apibrėžia kritinę stimuliacijos intensyvumo vertę A^* , kadangi ją viršijus, sistemoje nebeegzistuoja bėgančio impulso sprendinys. Šios kritinės vertės priklausomybė nuo ε pavaizduota 1.3 (b) paveikslėlyje.

Skaitmeniniai eksperimentai. Paveikslėlyje 1.4, pademonstruota sistemos (1.5) evoliucija, kai ties vidurine dalimi, neuronas yra sužadinamas. Nesant ADS, išorinis sužadinimas sukelia du priešingomis kryptimis sklindančius impulsus [žr. 1.4 (a) pav.]. ADS įtaka impulsui parodyta 1.4 (b)-(d) paveikslėliuose. Matome, jog didinant ADS intensyvumą impulsas siaurėja ir lėtėja, kol galiausiai viršijus $A^* \approx 1.13$, sklidimas tampa nebeįmanomas [žr. 1.4 (d) pav.].



1.4 pav. Erdvėlaikinė suvidurkintų lygčių (1.5) evoliucija, kai neurono centrinė dalis trumpam laiko tarpui $\Delta t = 1$ žadinama pastovia srove $I = 2$. Parametras $\varepsilon = 0.008$, o ADS amplitudės: (a) $A = 0$; (b) $A = 0.6$; (c) $A = 1.0$; (d) $A = 1.13$.

1.3.2 Mielinuoto aksono atvejis

Išnagrinėtas mielinuotas aksonas, kuris modeliuojamas grandinėle sukabintomis FHN modelio lygtimis:

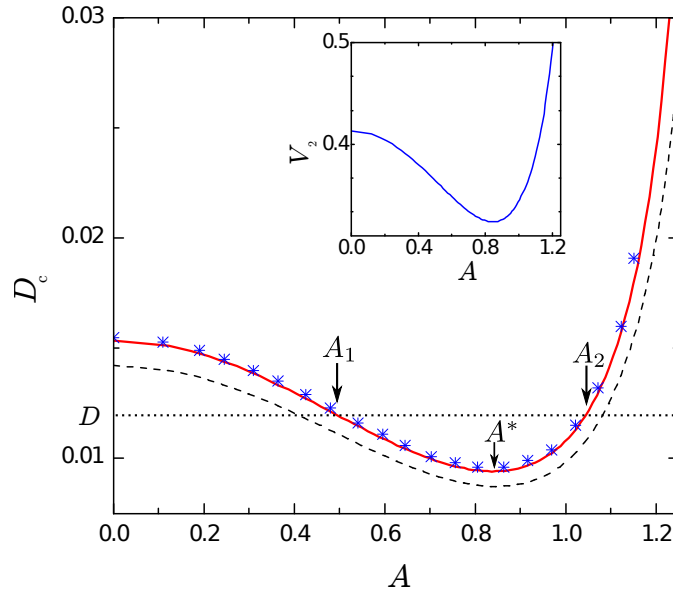
$$\dot{v}_n = f(v_n) - w_n + D(v_{n+1} - 2v_n + v_{n-1}) + a \cos(\omega t), \quad (1.13a)$$

$$\dot{w}_n = \varepsilon(v_n + \beta - \gamma w_n), \quad (1.13b)$$

Šios lygtys nuo lygčių (1.1) skiriasi tik difuzijos nariu, kuris dabar išreikštas skirtumine schema. Tai iš esmės pakeičia sistemos elgseną, kadangi esant pakankamai mažam difuzijos koeficientui D , bėgančio impulso sprendinys sistemoje gali ir neegzistuoti.

Sistemos (1.13) nagrinėjimas vyksta panašiai kaip ir nemielinuoto neurono atveju. Pirmausia surandamos suvidurkintos lygtys, kurių sprendinys apytiksliai aprašytų lygčių (1.13) sprendinį. Po to vykdomas asimptotinis impulso konstravimas esant ribai $\varepsilon \rightarrow 0$. Kaip ir nemielinuoto aksono atveju, impulsas susideda iš (i) priekinio fronto, (ii) priekinės dalies, (iii) galinio fronto ir (iv) galinės dalies.

Nagrinėdami priekinio fronto sklidimą pritaikėme bifurkacijų bei perturbacijų teorijas ir nustatėme kritinio difuzijos koeficiento priklausomybę nuo stimuliacijos intensyvumo, žr.



1.5 pav. Kritinio difuzijos koeficiento D_c priklausomybė nuo stimuliacijos parametro A . Punktyrine linija pavaizduotas skleidinio pirmas narys (1.14), kreivė vaizduoja visus tris skleidinio (1.14) narius, žvaigždutės vaizduoja D_c įvertintą iš skaitmeniškai integruotos priekinio fronto judėjimo lygties. Vidinis grafikas vaizduoja sužadinimo slenksčio V_2 priklausomybę nuo stimuliacijos intensyvumo A .

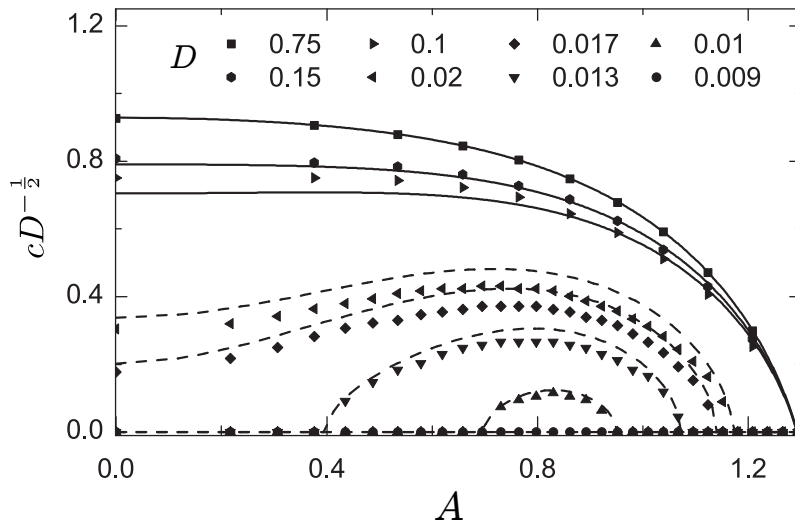
1.5 pav.:

$$D_c = \frac{V_2^2}{12} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{V_2}{V_1} + \frac{7}{16} \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 \right]. \quad (1.14)$$

Čia $V_{1,2}$ yra polinomo (1.9) šaknys, apibrėžtos lygybe (1.10). Svarbi stimuliacijos savybė, kurią matome iš 1.5 paveikslėlio yra ta, jog stimuliacija gali sistemą padaryti laidžią impulsui. Pavyzdžiui, esant difuzijos koeficientui $D < D_c(0)$ (žr. taškuotą liniją 1.5 pav.) ir nestimuliuojant, sistema yra nelaidi impulsams. Tačiau įjungus stimuliaciją, kurios intensyvumas yra tarp $A_1 < A < A_2$, neuronas pasidaro laidus, kadangi D_c vertė pasidaro mažesnė už pasirinktą D . Tačiau viršijus $A > A_2$, sistemoje impulso sklidimas vėl blokuojamas. Impulso sklidimo sužadinimą galima paaiškinti tuo, kad kritinio difuzijos koeficiento pirmasis artėjimas yra proporcingas sužadinimo slenksčio kvadratui ($D_c \propto V_2^2$), kurio priklausomybė nuo A yra netolydi (žr. 1.5 pav. vidinį grafiką).

Impulso greitis. Impulso greitį apibrėžia fronto judėjimo lygtis (1.13a). Kai sistemos difuzijos koeficientas yra arti kritinio, impulso greitį galima paskaičiuoti pagal formulę [7]:

$$c = \frac{\sqrt{3(D - D_c)}}{V_1 \left[\arctan \left(V_2 \sqrt{3/(D - D_c)}/6 \right) + \pi/2 \right]}. \quad (1.15)$$



1.6 pav. Sumasteliuoto greičio $cD^{-1/2}$ priklausomybė nuo stimuliacijos intensyvumo A , esant skirtingoms difuzijos koeficiento D vertėms. Brūkšniuota ir tolygios kreivės, tai analitiniai rezultatai gauti atitinkamai iš (1.15) ir (1.16) formulių. Simboliais vaizduojami rezultatai gauti, sprendžiant fronto judėjimo lygtį.

Esant dideliui difuzijos koeficientui D , greitis lygus [8]

$$c = c_0 \sqrt{D} \left[1 - \tau_1(c_0) c_0^2 / 2D \right], \quad (1.16)$$

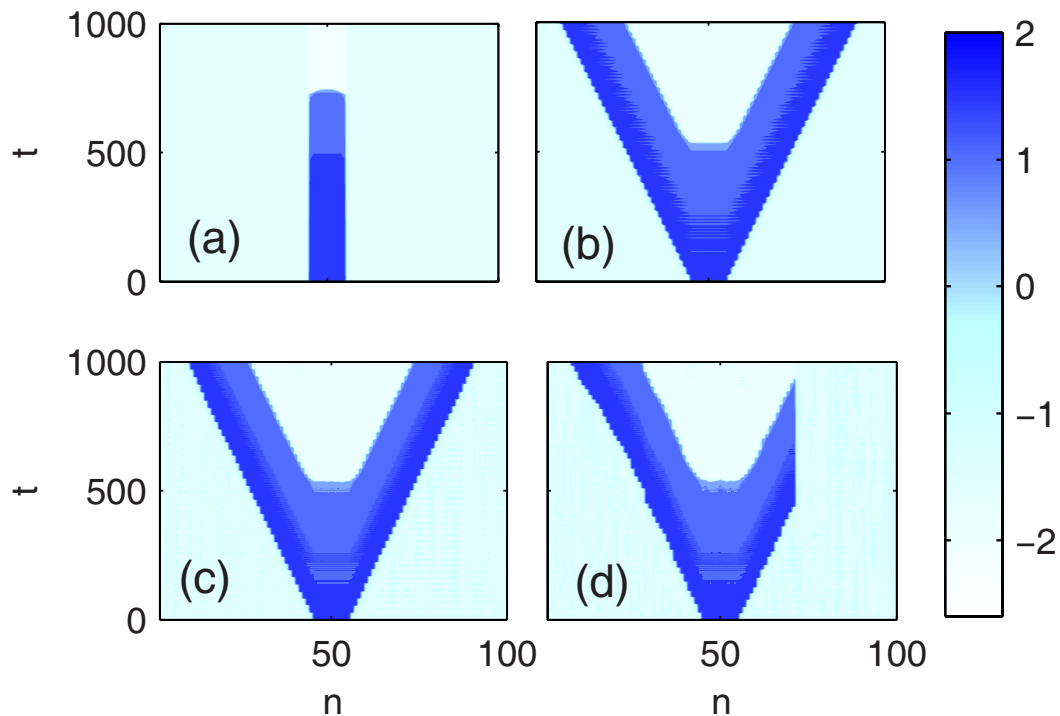
kur c_0 apskaičiuojamas pagal (1.11) formulę. Koeficientas $\tau_1(c_0)$ priklauso nuo fronto profilio, o algoritmas jo radimui pateikiamas knygoje [8] (279 psl.). Fronto greičio priklausomybė nuo stimuliacijos intensyvumo pavaizduota 1.6 paveikslėlyje.

Skaitmeniniai eksperimentai. Kad įsitikintume, jog rezultatai gauti naudojant suvidurkintų lygčių metodą yra teisingi, atlikome skaitmeninius eksperimentus su originaliomis lygtimis (1.13). Taip pat patikrinome, kiek šie rezultatai yra jautrūs sistemoms triukšmams, todėl prie regeneracinio kintamojo pridėjome triukšmo šaltinį:

$$\dot{w}_n = \varepsilon [v_n + \beta - \gamma w_n + \sigma \xi_n(t)], \quad (1.17)$$

kur $\sigma \xi_n(t)$ yra Gausinis triukšmas su vidurkiu $\langle \xi_n(t) \rangle = 0$ ir $\langle \xi_n(t) \xi_{n'}(t') \rangle = \delta_{n,n'} \delta(t - t')$. Čia parametras σ reguliuoja triukšmo intensyvumą, $\delta_{n,n'}$ Kronekerio delta, o $\delta(t)$ yra Dirako delta funkcija.

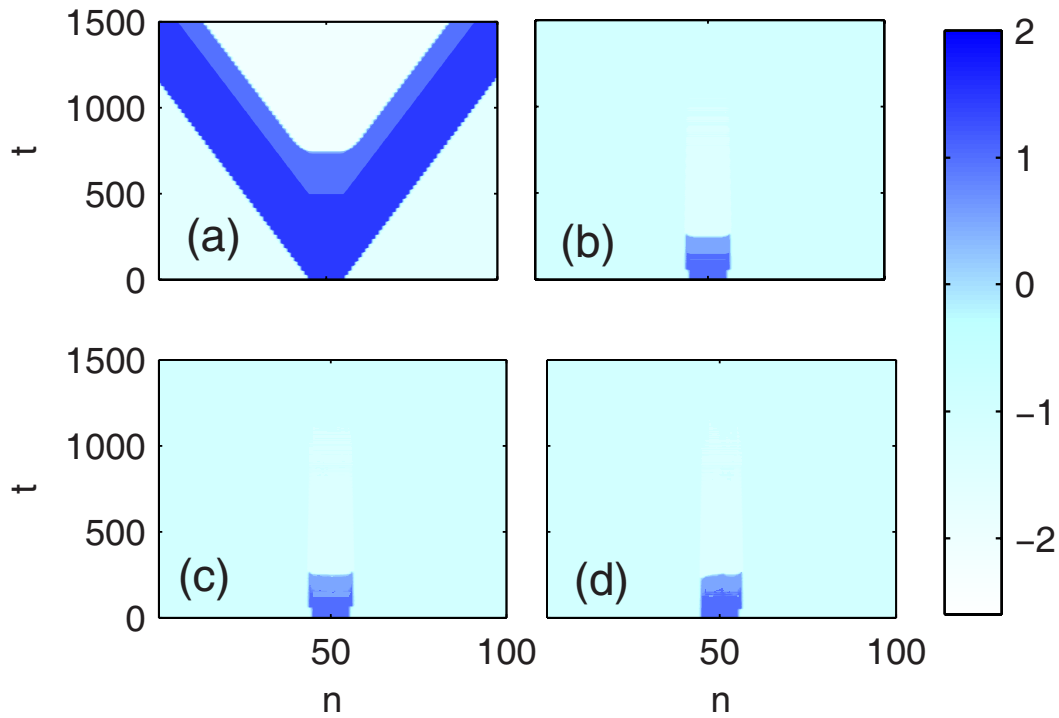
Atvejis, kai nestimuliuojama sistema yra nelaidi impulsams, o stimuliacija padaro ją laidžia, pavaizduotas 1.7 paveikslėlyje. Simuliacija buvo atliekama su sugeriančiomis kraštinėmis sąlygomis $v_0 = v_1$ ir $v_{N+1} = v_N$. Pradinės sąlygos parinktos taip, kad sutaptų su



1.7 pav. Erdvėlaikinė membranos potencialo evoliucija, apskaičiuota iš lygčių (1.13) be triukšmo nario [(a) ir (b)] bei iš lygčių (1.13a) ir (1.17) esant triukšmui [(c) ir (d)]. Iš sprendinio atimti foniniai harmoniniai svyravimai $A \sin(\omega t)$, t.y. spalva nusako dydžio $v_n - A \sin(\omega t)$ reikšmę. Fiksuoti parametrai: $\omega = 10$, $N = 100$, $\varepsilon = 0.0008$ ir $D = 0.015$. Keičiami parametrai: (a) $A = 0$, $\sigma = 0$, (b) $A = 0.7$, $\sigma = 0$, (c) $A = 0.7$, $\sigma = 0.1$ ir (d) $A = 0.7$, $\sigma = 0.5$.

suvidurintų lygčių rimties tašku, išskyrus dešimties vidurinių neurono taškų. Jų potencialas buvo padidintas dviem vienetais nuo rimties taško būsenos. Neveikiama sistema nelaidi sužaditimui [1.7 (a) pav.], o įjungus stimuliaciją sužadinimas pradeda skliti [1.7 (b) pav.]. Nedidelės amplitudės triukšmas [1.7 (c) pav.] įtakos impulso sklidimui neturi. Padidinus triukšmo intensyvumą galimas sužadinimo sklidimo nuslopimas [1.7 (d) pav.].

Paveikslėlyje 1.8 pavaizduotas impulso slopinimo atvejis. Čia difuzijos koeficientas parinktas toks, kad nesant stimuliacijos, sistema impulsas galėtų laisvai skliti [1.8 (a) pav.]. Įjungus atitinkamo stiprumo stimuliaciją, sužadinimo sklidimas nuslopinamas [1.8 (b) pav.]. Šiam efektui triukšmas įtakos neturi [1.8 (c)-(d) pav.].



1.8 pav. Tas pats grafikas kaip 1.7 pav. tik esant didesniam sujungimo koeficientui, $D = 0.02$, ir keičiamiems parametrams: (a) $A = 0$, $\sigma = 0$, (b) $A = 1.1$, $\sigma = 0$, (c) $A = 1.1$, $\sigma = 0.1$ ir (d) $A = 1.1$, $\sigma = 0.5$.

1.4 Sinchronizacijos valdymas registracijos-stimuliacijos metodu

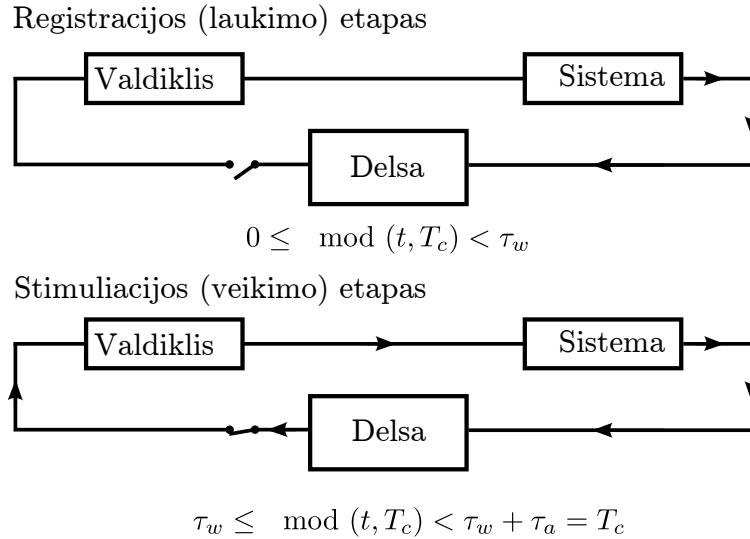
Skyriuje „Sinchronizacijos valdymas registracijos-stimuliacijos metodu“ yra pristatomas trūkiaus grįžtamojo ryšio (angl. act-and-wait) pritaikymas sinchronizacijos valdymui. Algoritmas išbandomas su įvairiais osciliatorių ir neuronų tinklų modeliais.

1.4.1 Stuart-Landau osciliatoriai sujungti ir veikiami abiemis kintamaisiais

Tarkime turime N sujungtų Stuart-Landau osciliatorių

$$\dot{z}_j = (i\omega_j + 1 - |z_j|^2)z_j + KZ - PG(t)Z(t - \tau). \quad (1.18)$$

Čia $z_j = x_j + iy_j$ yra kompleksinis kintamasis, kuris apibrėžia j -tojo osciliatoriaus būseną, o $j = 1, \dots, N$. Be sujungimo ($K = 0$) ir stimuliacijos ($P = 0$) visi osciliatoriai tolygiai sukasi ribiniu ciklu, kurio dažnis ω_j , o amplitudė 1. Osciliatoriai globaliai sujungti per vidutinį



1.9 pav. Trūkiaus uždelsto grįžtamojo ryšio blokinė schema. Registracijos ir stimuliacijos etapai periodiškai kartojami su periodu $T_c = \tau_w + \tau_a$, kur τ_w ir τ_a atitinkamai yra registracijos ir stimuliacijos laikai. Registracijos metu ($0 \leq \text{mod}(t, T_c) < \tau_w$), vidutinis neuronų generuojamas laukas yra įrašomas į atmintį. Stimuliacijos metu ($\tau_w \leq \text{mod}(t, T_c) < T_c$), sistema veikiama signalu, kuris proporcingas registracijos metu įrašytam signalui.

lauką:

$$Z = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N z_k. \quad (1.19)$$

Tariame, kad abi kompleksinio kintamojo z komponentės x ir y su vidutiniu lauku sujungtos tuo pačiu realiu koeficientu K . Paskutinis narys lygtyje (1.18) aprašo valdymą, kuris susideda iš dviejų etapų [1.9 pav.]. Pirmame etape sistema neveikiama, o jos generuojamas vidutinio lauko signalas įrašomas į atmintį arba delsos liniją. Antrame etape registravimas išjungiamas, o valdymo signalas konstruojamas iš signalo, įrašyto per pirmąjį etapą. Abu etapai kartojami periodiškai. Taigi $Z(t - \tau)$ žymi uždelstą vidutinį lauką, kuris buvo įrašytas registracijos metu ir padaugintas iš kompleksinio stiprinimo koeficiento P bei periodinės (su periodu T_c) funkcijos, kuri atlieka valdymo įjungimo/išjungimo darbą:

$$G(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \text{mod}(t, T_c) < \tau_w, \\ 1, & \tau_w \leq \text{mod}(t, T_c) < \tau_w + \tau_a = T_c. \end{cases} \quad (1.20)$$

Čia τ_w – registravimo laikas, τ_a – veikimo laikas.

Atrodytų, kad delsa turėtų apsunkinti valdymą, kadangi su baigtiniu valdymo parametrų skaičiumi reikia suvaldyti begalinę charakteristinės lygties polių skaičių. Tačiau, kaip

parodyta darbuose [9, 10], jei stimuliacijos laikas mažesnis už registracijos $\tau_a \leq \tau_w$, tai valdymo uždavinį galime supaprastinti į baigtinės dimensijos atvaizdą. Šis atvaizdas susieja $(n+1)$ -ojo su n -tojo registracijos periodo pradžias. Disertacijoje laikome, jog delsos, registracijos ir stimuliacijos laikai yra lygūs $\tau = \tau_w = \tau_a \equiv \tau$. Tokiu atveju funkciją (1.20) galime perrašyti, kaip:

$$G(t) = H[-\sin(\pi t/\tau)], \quad (1.21)$$

čia $H(\cdot)$ yra Heavisaido funkcija.

Tvarkos parametro lygtis. Kad nustatytume registracijos-stimuliacijos metodo poveikį sinchronizacijai, sistemą (1.18) perrašome faziniams kintamiesiems. Dėl to pakeičiame kintamąjį $z_j = \rho_j e^{i\theta_j}$ ir, atmesdami radialinio kintamojo ρ_j dinamiką, lygtis (1.18) perrašome:

$$\dot{\theta}_j = \omega_j + [Kr - PG(t)r_\tau]e^{-i\theta_j}/2i + \text{k.j.} \quad (1.22)$$

Čia $r = r(t)$ yra kompleksinis tvarkos parametras:

$$r = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e^{i\theta_k}, \quad (1.23)$$

apibrėžiantis sistemos sinchronizuotumą, t.y. jei $|r| = 1$ sistema visiškai faziškai sinchronizuota, o jei $|r| \approx 0$, sistema desinchronizuota. Indeksas τ žymi narį su delsa $r_\tau(t) \equiv r(t - \tau)$. Sutrumpinimas “k.j.” reiškia kompleksiškai jungtinį dydį. Be valdymo ($P = 0$), lygtis (1.22) aprašo klasikinį Kuramoto modelį [11]. Tariame, kad dažniai ω_j yra atsitiktinai išsidėstę pagal simetrišką skirstinį $g(\omega)$, $g(\Omega - \omega) = g(\Omega + \omega)$, kur Ω yra centrinis skirstinio dažnis. Kad įvyktų sinchronizacija, sujungimo koeficientas K turi viršyti kritinę ribą [11, 12] $K_c = 2/\pi g(\Omega)$. Jei $K < K_c$, osciliatoriai juda nekoherentiškai, o jei $K > K_c$, dalis osciliatorių pradeda sinchronizuotis.

Sistemai (1.22), termodinaminėje riboje $N \rightarrow \infty$, kai dažnių skirstinys atitinka Lorenz'o skirstinį (su centriniu dažniu Ω ir pločiu Δ)

$$g(\omega) = g_L(\omega) \equiv (\Delta/\pi) [(\omega - \Omega)^2 + \Delta^2]^{-1}, \quad (1.24)$$

galime užrašyti lygtį kompleksiniam tvarkos parametrai [13, 14]

$$\dot{r} = \left[i\Omega - \Delta + \frac{K}{2}(1 - |r|^2) \right] r + \frac{G(t)}{2}(P^* r^2 r_\tau^* - P r_\tau). \quad (1.25)$$

Perrašę lygtį (1.25) į besisukančią koordinačių sistemą $r = e^{i\Omega t}R$ ir gautas lygtis ištiesinę taško $0 + i0$ aplinkoje, turėsime

$$\dot{R} = (K/2 - \Delta) R - G(t)Pe^{-i\Omega\tau}R_\tau/2. \quad (1.26)$$

Koordinačių sistemos pakeitimas nepakeičia tvarkos parametro absoliutinės vertės, t.y. $|R| = |r|$. Siekdami sužinoti taško $R = 0$ stabilumą, pereiname į stačiakampę koordinačių sistemą $x + iy = R$,

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - G(t) \begin{pmatrix} \bar{P}_x & -\bar{P}_y \\ \bar{P}_y & \bar{P}_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_\tau \\ y_\tau \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

Čia pažymėjome $\lambda = K/2 - \Delta > 0$, $\bar{P}_x = |P| \cos(\varphi - \Omega\tau)/2$ ir $\bar{P}_y = |P| \sin(\varphi - \Omega\tau)/2$, o φ yra kompleksinio kintamojo argumentas $P = |P|e^{i\varphi}$.

Nesunku įsitikinti, kad $(n+1)$ -tojo su n -tojo registracijos periodo pradžias sieja atvaizdas

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}, \quad (1.28)$$

kur matrica

$$\mathbf{A} = e^{\lambda\tau} \begin{pmatrix} -\tau\bar{P}_x + e^{\lambda\tau} & \tau\bar{P}_y \\ -\tau\bar{P}_y & -\tau\bar{P}_x + e^{\lambda\tau} \end{pmatrix}, \quad (1.29)$$

yra vadinama monodromio matrica. Taigi sistemos (1.27) stabilumą apibrėžia charakteristinės lygties

$$\det(\mathbf{A} - \mathbf{I}\mu) = 0, \quad (1.30)$$

tikrinės vertės $\mu_{1,2}$ – Flokė daugikliai. Rimties taškas $R = 0$ bus stabilus, tik tuo atveju, jei abi tikrinės vertės kompleksinėje plokštumoje liks vienetinio apskritimo viduje, t.y. jei $|\mu_{1,2}| < 1$. Iš lygčių (1.29) ir (1.30) gauname

$$|\mu_{1,2}| = e^{\lambda\tau} \left[(\tau\bar{P}_x - e^{\lambda\tau})^2 + \tau^2\bar{P}_y^2 \right]^{1/2}. \quad (1.31)$$

Galime pastebėti, kad narys proporcingas $\bar{P}_y^2$ tik didina tikrinių verčių reikšmes, todėl būtų optimalu pasirinkti $\bar{P}_y = 0$. Pasirinkus $P = |P|e^{i\Omega\tau}$, turėsime $\bar{P}_x = |P|/2$ ir $\bar{P}_y = 0$, taigi stabilumo kriterijaus išraiška supaprastėja:

$$|\mu_{1,2}| = \left| e^{\lambda\tau} - |P|\tau/2 \right| e^{\lambda\tau} < 1.$$

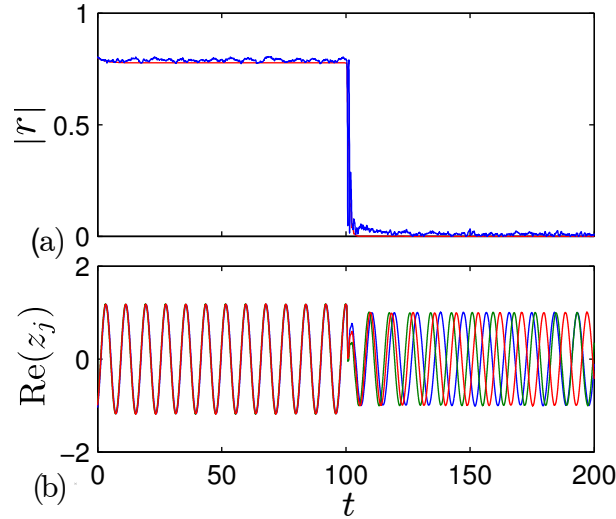
Pasinaudodami šia nelygybe, galime teigti, jog registracijos-stimuliacijos algoritmas stabilizuos stipriai sujungtų SL osciliatorių ($K > K_c$) nekoherentinę būseną, jei grįžtamojo ryšio parametras tenkins nelygybes

$$P_{mn} < |P| < P_{mx}, \quad (1.32)$$

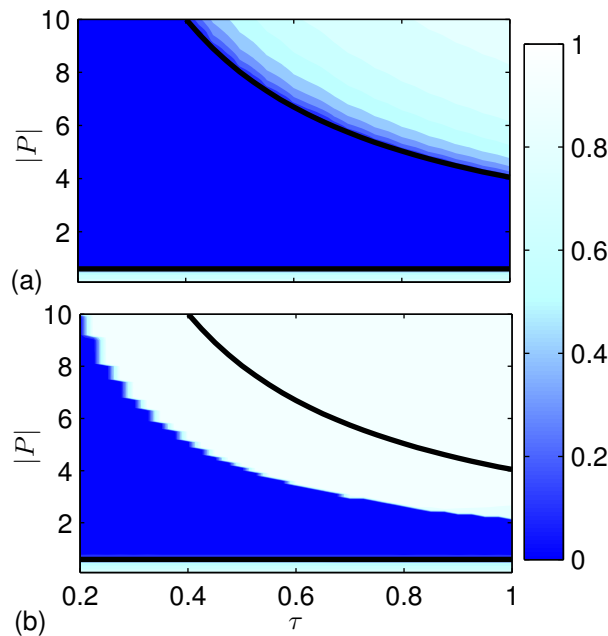
$$P_{mx,mn} = 2 \left[e^{(K/2-\Delta)\tau} \pm e^{(-K/2+\Delta)\tau} \right] / \tau. \quad (1.33)$$

Skaitmeniniai rezultatai. Kad pademonstruotume registracijos-stimuliacijos algoritmo efektyvumą ir patikrintume analizinių skaičiavimų teisingumą, atlikome skaitmeninį lygčių (1.18) su $N = 1000$ globaliai sujungtų osciliatorių modeliavimą. Savieji osciliatorių dažniai ω_j atsitiktinai parinkti iš Lorenzo skirstinio (1.24), kurio $\Omega = 0.25\pi$ ir $\Delta = 0.1$. Sujungimo stiprumas $K = 0.5$ daug didesnis už kritinę vertę, $K_c = 2\Delta = 0.2$. Šiuo atveju lygtis (1.25) numato pakankamai didelį nekontroliuojamos sistemos tvarkos parametą, $|r| = (1 - K_c/K)^{1/2} \approx 0.77$. Paveikslėlyje 1.10 (a), pateikta tvarkos parametro (1.23) laikinė evoliucija paskaičiuota iš tiesioginio lygčių sistemos (1.18) integravimo [mėlyna (tamsi) linija]. Laiko tarpui $t < 100$, valdymas yra išjungtas, todėl tvarkos parametras fliktuoja apie nuspėtą vertę $|r| = 0.77$. Įjungus valdymą ($t \geq 100$) oscilatoriai staigiai pasiekia nekoherentinę būseną. Tame pačiame paveikslėlyje vaizduojama ir tvarkos parametro dinamika gauta iš makroskopinės lygties (1.25) sprendimo [raudona (pilka) kreivė]. Matome, kad tvarkos parametras gautas iš tiesioginio tinklo modeliavimo sutampa su parametru, gautu sprendžiant makroskopinę lygtį. Tai patvirtina Ott-Antonsen keitinio [13], kuriuo remdamiesi išvedėme (1.25) lygtį tvarkos parametru, teisingumą. Paveikslėlyje 1.10 (b), pavaizduota trijų osciliatorių dinamika. Iš čia matyti, kad pridėtas valdymas nenuslopina osciliacijų.

Nekoherentinės būsenos stabilumo zonos parametų $(\tau, |P|)$ plokštumoje pavaizduotos 1.11 paveikslėlyje. Pagal tiesinę stabilumo analizę, šios zonos turėtų būti tarp kreivių $P_{mx,mn}(\tau)$ apibrėžtų lygtimis (1.32) ir (1.33). Paveikslėlio (a) ir (b) dalyse, spalvų intensyvumas vaizduoja tvarkos parametą, apskaičiuotą iš lygčių (1.25) ir (1.18) sprendimo. Matome, kad tiesinė teorija gerai aprašo rezultatus, gautus iš lygčių (1.25) sprendimo. Tačiau su rezultatais, gautais iš (1.18), sutampa ne taip gerai. Šiuo atveju tiesinė teorija nuspėja tik apatinę stabilumo zonos ribą $|P| = P_{mn}(\tau)$, tačiau neteisingai numato viršutinę $|P|$ ribą $|P| = P_{mx}(\tau)$. Šis neatitikimas atsiranda todėl, kad esant dideliems grįžtamojo ryšio daugikliams $|P|$, valdymas pradeda veikti ne tik osciliatorių fazes, bet ir amplitudžių dinamiką. Todėl esant dideliems $|P|$ negalime atmesti amplitudžių dinamikos ir pereiti nuo lygčių (1.18) prie Kuramoto modelio (1.22), kuris nagrinėja tik fazių dinamiką.



1.10 pav. Globaliai sujungtų Stuart-Landau osciliatorių, $N = 1000$, veikiamų registracijos-stimuliacijos algoritmu evoliucija (1.18). Iki laiko momento $t < 100$ valdymas išjungtas ($|P|=0$), nuo laiko momento $t \geq 100$ algoritmas su grįžtamojo ryšio koeficientu $|P| = 4$ yra įjungtas. (a) Absoliutinė tvarkos parametro vertė iš tiesioginio Stuart-Landau lygčių sprendimo (1.18) [mėlyna (tamsi) linija] ir iš tvarkos parametro lygčių (1.25) [raudona (pilka)]. (b) Pirmų trijų osciliatorių dinamika. Parametrų vertės: $K = 0.5$, $\Omega = 0.25\pi$, $\Delta = 0.1$ ir $\tau = 0.4$.



1.11 pav. Nekoherentinės SL osciliatorių (1.18) būsenos stabilumo diagramos, parametrų $(\tau, |P|)$ plokštumoje. Storos linijos vaizduoja kreives $P_{\text{mx}, \text{mn}}(\tau)$, apibrėžtas (1.33). Spalvos intensyvumas vaizduoja absoliutinę tvarkos parametro $|r|$ vertę, apskaičiuotą iš (a) lygties (1.25) ir (b) lygties (1.18). Parametrų vertės: $N = 1000$, $K = 0.5$ ir $\Delta = 0.1$. Skaičiavimai atlikti besisukančių koordinatų sistemoje $\Omega = 0$.

1.4.2 Stuart-Landau osciliatorių valdymas per vieną kintamąjį

Šiame skyrelyje aptariamas modifikuotas Stuart-Landau modelis, kuriame osciliatoriai globaliai sujungti tik per realias kompleksinio kintamojo $z_j = x_j + iy_j$ dalis, t.y. sujungti tik per x_j . Tariaime, kad matuoti galime taip pat tik vidutinį lauką, sukurtą x_j kintamųjų, todėl ir valdymo narys lygus $PG(t)\text{Re} \left[\sum_{j=1}^N x_j(t - \tau) \right]$. Ši situacija būdinga neuroniniams tinklams, kadangi neuronai sąveikauja per membranos potencialo kintamąjį. Analogiškai, prieš tai buvusiam skyrelyje tiek analitiškai, tiek skaitmeniškai surandamos parametru $(\tau, |P|)$ zonos, kuriose valdymas stabilizuoja nekoherentinę būseną. Nustatyta, kad šios zonos sudaro rezonansinę struktūrą. Tai reiškia, kad stabilumo zonos randamos ties $\tau = mT/2$, kur $m = 0, 1, 2, \dots$ yra neneigiamas sveikasis skaičius. Grįžtamojo ryšio koeficientas, priklausomai nuo to, ar m lyginis ar nelyginis, keičia ženklą.

1.4.3 Sinaptiškai sujungti FitzHugh-Nagumo neuronai

Šiame skyriuje pristatomas vienas iš paprasčiausių neurono modelių. Skirtingai nuo prieš tai nagrinėtų atvejų, neuronai sujungiami ne per vidutinį lauką, o sinaptiniu sujungimu:

$$I_{\text{syn}} = g(v_j - v_c) \frac{1}{N-1} \sum_{k \neq j} \Theta(v_k - v_0), \quad (1.34)$$

kur $\Theta(v) = 1/[1 + \exp(-v/v_{\text{th}})]$ yra sigmoidės funkcija. Šiuo atveju k -tasis neuronas veikia i -tąjį neuroną, tik k -tajam peržengus slenkstinę potencialo vertę v_0 .

Kadangi šiam modeliui sunku sugalvoti vienareikšmį ir lengvai skaičiuojamą fazės apibrėžimą, tai pristatomas naujas dydis, kuris įvertina sistemos sinchronizuotumą [15]:

$$S = [\text{Var}(V_{\text{stim}})/\text{Var}(V_{\text{free}})]^{1/2}. \quad (1.35)$$

Dydis S apibrėžiamas, kaip vidutinio potencialo sugeneruoto valdomos sistemos $\text{Var}(V_{\text{stim}}) = \text{Var}(\sum_{j=1}^N v_j)$ ir vidutinio potencialo sugeneruotos laisvos sistemos dispersijų santykis. Jei sistema yra sinchronizuota, tai jos vidutinis laukas osciliuoja su didele amplitude, todėl ir tokio lauko dispersija bus didelė, ir priešingai, jei sistema desinchronizuota, tai jos vidutinis laukas fliuktuos nežymiai, ir jo dispersija bus nedidelė. Taigi parametro S vertė, artima vienetui, rodys sistemos sinchronizuotumą, kai tuo tarpu mažos parametro S vertės rodys sistemos desinchronizaciją.

Atlikti skaitmeniniai eksperimentai parodė, kad ir sinaptiškai sujungtų FHN neuronų atveju rezonansinė valdymo parametrų struktūra išlieka.

1.4.4 Hodgkin-Huxley neuronai veikiami registracijos-stimuliacijos algoritmu su srovės balanso sąlyga

Paskutinis modelis, su kuriuo buvo išbandytas registracijos stimuliacijos algoritmas, tai sinaptiškai sujungti Hodgkin-Huxley neuronai.

$$\begin{aligned} C\dot{v}_j &= -g_{Na}m_j^3h_j(v_j - v_{Na}) - g_Kn_j^4(v_j - v_K) \\ &\quad - g_L(v_j - v_L) + I_j + I_{\text{syn}} + I_{\text{con}}, \end{aligned} \quad (1.36a)$$

$$\dot{m}_j = \alpha_m(v_j)(1 - m_j) - \beta_m(v_j)m_j, \quad (1.36b)$$

$$\dot{h}_j = \alpha_h(v_j)(1 - h_j) - \beta_h(v_j)h_j, \quad (1.36c)$$

$$\dot{n}_j = \alpha_n(v_j)(1 - n_j) - \beta_n(v_j)n_j. \quad (1.36d)$$

Čia v_j yra j -tojo neurono membranos potencialas ($j = 1, \dots, N$), matuojamas milivoltais (mV). Naudojami standartiniai parametrai [16]: $C_m = 1 \mu\text{F}/\text{cm}^2$, $(v_L, v_K, v_{Na}) = (10.6, -12, 115) \text{ mV}$, $(g_L, g_K, g_{Na}) = (0.3, 36, 120) \text{ mS}/\text{cm}^2$. Spartos parametrai yra priklausomi nuo membranos potencialo ir apibrėžiami funkcijomis:

$$\alpha_m(v_j) = (2.5 - 0.1v_j) / [\exp(2.5 - 0.1v_j) - 1], \quad (1.37a)$$

$$\beta_m(v_j) = 4 \exp(-v_j/18), \quad (1.37b)$$

$$\alpha_h(v_j) = 0.07 \exp(-v_j/20), \quad (1.37c)$$

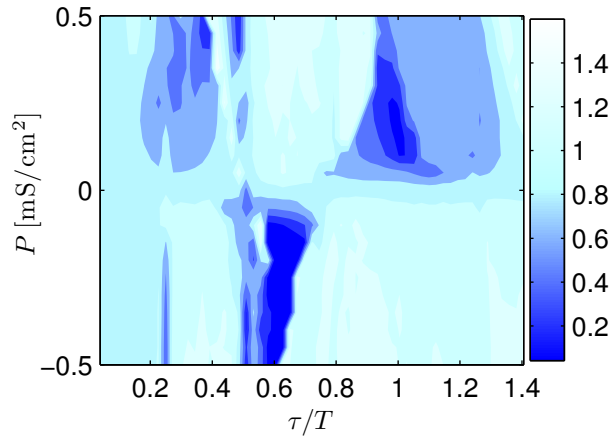
$$\beta_h(v_j) = 1 / [\exp(3 - 0.1v_j) + 1], \quad (1.37d)$$

$$\alpha_n(v_j) = (0.1 - 0.01v_j) / [\exp(1 - 0.1v_j) - 1], \quad (1.37e)$$

$$\beta_n(v_j) = 0.125 \exp(-v_j/80). \quad (1.37f)$$

Lygtys modifikuotos taip, kad rimties būsenoje (kai visos papildomos srovės neveikia neurono: $I_j = I_{\text{syn}} = I_{\text{con}} = 0$) membranos potencialas būtų lygus nuliui.

Neuronai į osciliatoriaus režimą perjungiami, juos veikiant pastovios dedamosios srovės I_j , kuri atsitiktinai parenkama iš Gausinio skirstinio su vidurkiu $\langle I \rangle = 25 \mu\text{A}/\text{cm}^2$ ir standartiniu nuokrypiu $\sigma = 0.5 \mu\text{A}/\text{cm}^2$. Neuronai sujungti sinaptiniu ryšiu I_{syn} , apibrėžtu lygtimi (1.34) su parametrais $(v_c, v_0, v_{\text{th}}) = (120, 50, 10) \text{ mV}/\text{cm}^2$. Srovės balanso sąlygą



1.12 pav. Registracijos-stimuliacijos nekoherentinės būsenos stabilumo zonos (1.36) sistemai. Spalvos atitinka sinchronizacijos parametro S vertes, apskaičiuotas iš (1.35) lygties. Nekoherentinę būseną vaizduoja mažos S parametro vertės. Neveikiamos sistemos vidutinio lauko periodas $T \approx 10.5$ ms.

įgyvendiname sistemą veikdami signalu, iš kurio atimtas vidurkis:

$$I_{\text{con}}(t) = G(t)P \left[V(t - \tau) - \bar{V}_n \right], \quad (1.38)$$

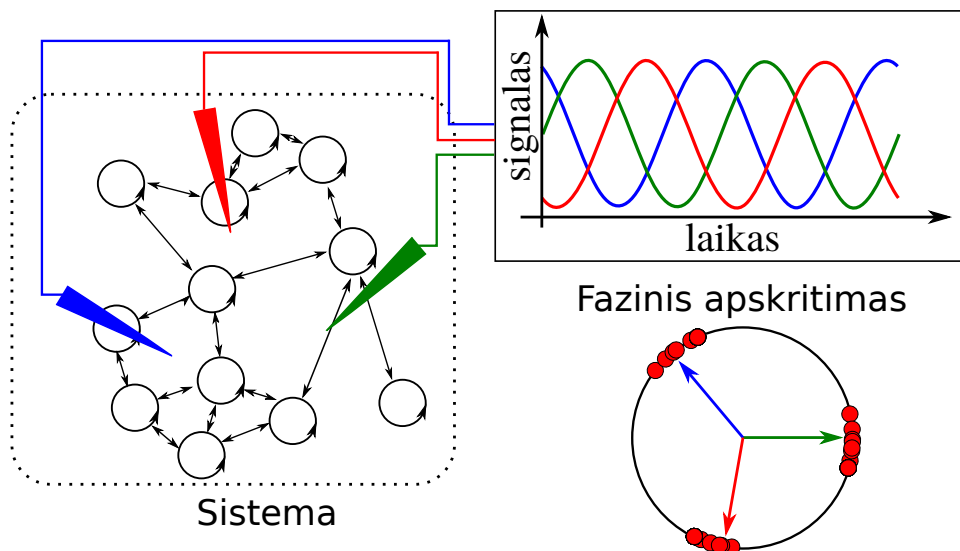
čia $\bar{V}_n$ žymi n -tosios registracijos pakopos vidurkį.

Paveikslėlyje 1.12, pavaizduotas sinchronizacijos kriterijaus apibrėžto (1.35) priklausomybė nuo delso laiko τ ir grįžtamojo ryšio koeficiento P . Parametras S plokštumoje (τ, P) pavaizduotas spalvos intensyvumu. Kaip matome ir šiuo atveju, stabilios nekoherentinės būsenos stabilumo zonos yra išsidėsčiusios rezonansine struktūra.

1.5 Sinchronizacijos valdymas bistabliuose osciliatorių tinkluose

Šiame skyriuje nagrinėjama sinchronizacijos valdymo bistabiliuose osciliatorių tinkluose problema. Bistabilūs tinklai pasižymi savybe, kad tam tikriems parametrų rinkiniams turi stabilias koherentinę ir nekoherentinę būsenas. Asimptotinė tinklo būseną yra nulemta pradinųjų sąlygų. Šiame darbe tariama, kad sistema yra koherentinėje būsenoje, o tikslas būtų šią sistemą perturbuoti taip, kad ji atsидurtų nekoherentinėje būsenoje. Formuluojamas uždavinys gali būti aktualus neuromoksle, pavyzdžiui epilepsijos atveju neuronų tinklas yra bistabilioje būsenoje, priepuolio metu – koherentinėje, kitu atveju nekoherentinėje būsenose.

Valdymui pristatyti du algoritmai: trūkiaus grįžtamojo ryšio su delsa arba, kitaip sakant,



1.13 pav. Koordinuoto fazės postūmio metodo įgyvendinimas trimis elektrodais. Dėl išorinio poveikio tinkle susidaro trys sinchronizuotų osciliatorių sandaupos, kurių fazės sutampa su išorinio lauko fazėmis.

registracijos-stimuliacijos ir koordinuoto fazės postūmio metodai. Jų veikimas buvo patikrintas su Kuramoto tipo modeliais, iš kurių paminėtini tinklas su bemasteline topologija bei sinaptiškai sujungtais FitzHugh-Nagumo neuronais.

1.5.1 Koordinuoto fazės postūmio metodas

Koordinuoto fazės postūmio (KFP) metodas pirmą kartą pristatytas [17] darbe siekiant panaikinti sinchronizaciją monostabliuose neuronų tinkluose. Priešingai nei registracijos-stimuliacijos algoritmas, šis metodas yra be grįžtamojo ryšio ir jo įgyvendinimui reikalingi mažiausiai du elektrodai. Pagrindinė metodo idėja yra sistemą veikti keliose vietose tokios pačios formos signalu, tik pastumtomis fazėmis (žr. 1.13 pav.). Tokiu būdu tinkle susidaro kelios sinchronizuotų osciliatorių sandaupos. Išjungus stimuliaciją, pereinamojo proceso metu osciliatoriai kerta nekoherentinę būseną. Monostabilaus tinklo atveju osciliatoriai toliau sieks pereiti į koherentinę būseną, todėl stimuliaciją reikia periodiškai įjungti/išjungti. Tačiau bistabilaus tinklo atveju to daryti nereikia, kadangi nekoherentinė būseną tokiam tinklui yra stabili.

1.5.2 Bistabilios sinchronizacijos tinklų modeliai

Šiame poskyryje supažindinama su naudojamais modeliais. Nubrėžus tvarkos parametro priklausomybes nuo sistemos parametrų parodoma, jog šios sistemos turi sinchronizacijos

bistabilumo sritis.

Kuramoto modelis su teigiamai ir neigiamai prijungtais oscilatoriais. Viena iš Kuramoto tipo modelių atmainų, turinčių bistabilumą, buvo pasiūlyta [18] darbe:

$$\dot{\theta}_j = \omega_j + \frac{K_j}{N} \sum_{l=1}^N \sin(\theta_l - \theta_j), \quad j = 1, \dots, N. \quad (1.39)$$

Čia θ_j yra j -tojo oscilatoriaus fazė, ω_j savasis dažnis, atsitiktinai pasirinktas iš simetrinio skirstinio $g(\omega)$. Tinklas sudarytas iš dviejų tipų osciliatorių – „konformistų” ir „antagonistų”. Konformistais vadinami oscilatoriai, kurie prie tinklo prijungti su teigiamu koeficientu ($K_j > 0$) ir yra linkę pritaikyti savo fazę prie vidutinės tinklo fazės. Antagonistais vadinami oscilatoriai, kurie prie tinklo prijungti su neigiamu koeficientu $K_j < 0$ ir linkę savo fazę atstumti nuo vidutinio lauko fazės.

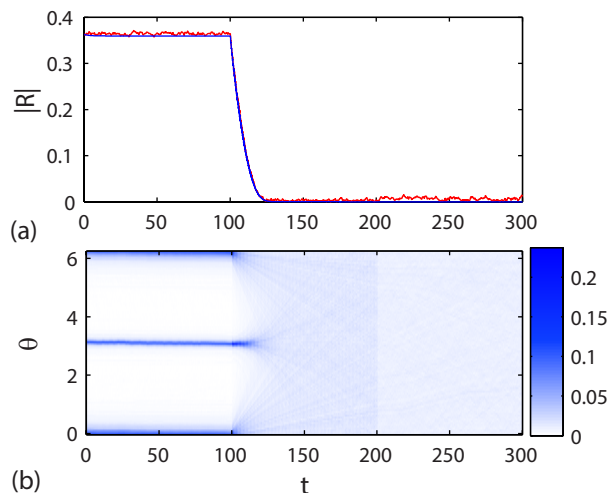
Šis modelis naudingas tuo, kad pasinaudojant Ott-Antonsen keitiniu [13, 18], sinchronizaciją aprašančiam tvarkos parametrui galima užrašyti dinamines lygtis.

Sinaptiškai sujungti FitzHugh-Nagumo neuronai. Nagrinėjamas modelis panašus į aptartą 1.34 skyrelyje, tačiau čia turime dviejų tipų neuronus. Vieno tipo neuronai yra su žadinančiomis jungtimis, t.y. visos į šiuos neuronus ateinančios jungtys spartina jų dinamiką. Kito tipo neuronai prie tinklo prijungti su slopinančia jungtimi, tai reiškia, jog į šį neuroną atėję signalai lėtina jo dinamiką. Atitinkamai neurono tipui yra parenkami ir modelio parametrai.

Bemastelinis fazinių osciliatorių tinklas. Tai dar vienas Kuramoto tipo modelis. Nuo prieš tai nagrinėtų modelių jis skiriasi tuo, kad čia oscilatoriai sujungti ne visi su visais, o atsitiktine tvarka taip, kad osciliatorių jungčių skaičius atitiktų laipsninį skirstinį $P(k) \sim k^{-\gamma}$. Darbe [19] buvo parodyta, kad tokiame tinklui būdingas bistabilumas, jei savieji osciliatorių dažniai proporcingi jungčių skaičiui, t.y. $\omega_j \sim k_j$. Šiame darbe laikysime, kad oscilatoriaus dažnis ir jo jungčių skaičius yra lygūs: $\omega_j = k_j$.

1.5.3 Sinchronizacijos panaikinimas registracijos-stimuliacijos algoritmu

Šiame skyriuje parodoma, kad registracijos-stimuliacijos algoritmas perveda sistemą iš koherentinės į nekoherentinę būseną tiek konformistų-antagonistų, tiek FitzHugh-Nagumo neuronų tinklus. Deja, šis algoritmas bemastelinio tinklo nesugeba desinchronizuoti.

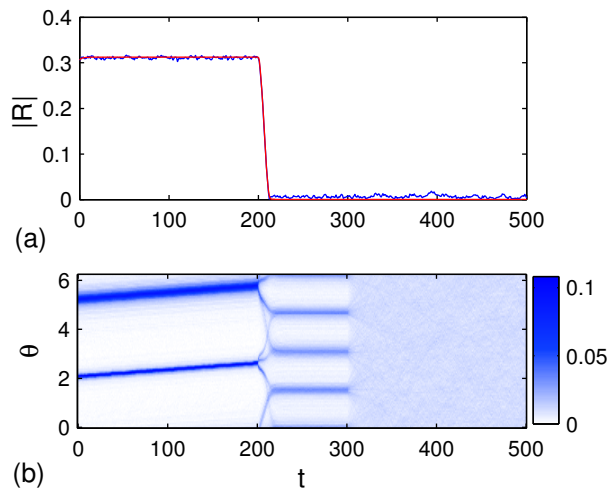


1.14 pav. Sinchronizacijos panaikinimas registracijos-stimuliacijos metodu konformistų-antagonistų modelyje (1.39). Parametrai: osciliatorių skaičius $N = 5000$, konformistų dalis tinkle $p = 0.7$, $\omega_0 = 0$, $\Delta = 0.05$, antagonistai prijungti su stipriu $\kappa_1 = -3$, o konformistai $\kappa_2 = 1$. (a) Mėlyna (tamsi) kreivė rodo tvarkos parametro absoliutinę vertę, apskaičiuotą iš fazių dinamikos, raudona (šviesi) kreivė gauta iš dinaminį lygčių tvarkos parametrai sprendimo. (b) Fazės skirstinio dinamika. Spalvos intensyvumas proporcingas fazių tankiui.

Kuramoto modelis su teigiamai ir neigiamai prijungtais osciliatoriais. Sėkmingo sinchronizacijos panaikinimo pavyzdys konformistų-antagonistų sistemai, turinčiai $N_- = 1500$ antagonistų ir $N_+ = 3500$ konformistų, pavaizduota 1.14 paveikslėlyje. Mėlyna (tamsi) kreivė paveikslėlio (a) dalyje vaizduoja tvarkos parametro dinamiką, gautą integruojant lygtis faziniams osciliatoriams. Laiko tarpu $t < 100$, valdymas yra išjungtas, $P=0$, o pradinės sąlygos parinktos taip, kad sistema būtų sinchronizuotoje būsenoje. Šioje būsenoje tvarkos parametras fliktuoja apie reikšmę $|R| = 0.31$. Konformistai ir antagonistai suformuoja dvi sinchronizuotas sankaupas, tarp kurių fazių skirtumas lygus π . Tuo galima įsitikinti iš paveikslėlio 1.14 (b). Laiko tarpui $100 < t < 200$, įjungiamas registracijos-stimuliacijos algoritmas su grįžtamojo ryšio koeficientu $P = 2$. Matome, kad pridėta stimuliacija sunaikina koherentinę būseną. Spėjame, kad algoritmas panaikina koherentinės būsenos atraktorių, todėl sistemoje lieka tik vienas nekoherentinės būsenos atraktorius. Laikams $t > 200$, valdymas išjungiamas, $P = 0$, o sistema lieka desinchronizuota.

1.5.4 Sinchronizacijos valdymas koordinuotu fazės postūmio metodu

Koordinuotas fazės postūmio metodas gali būti atliekamas keliais būdais, pavyzdžiui naudojant aukšto dažnio impulsų seriją arba periodinį signalą, kurio dažnis panašus į sis-

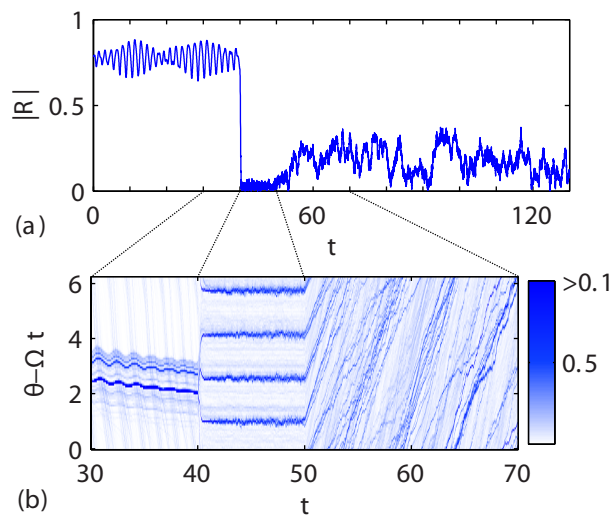


1.15 pav. Sinchronizacijos panaikinimas konformistų-antagonistų modelyje naudojant KFP metodą. Tinklą sudaro $N = 5000$ osciliatorių iš jų $p = 0.7$ dalis konformistų. Kiti parametrai: $\omega_0 = 0$, $\Delta = 0.05$, $\kappa_1 = -3$ ir $\kappa_2 = 1$. (a) Mėlyna (tamsi) kreivė rodo tvarkos parametro absoliutinę vertę, apskaičiuotą iš fazių dinamikos, raudona (šviesi) kreivė, gauta iš dinaminį lygčių tvarkos parametrui sprendimo. (b) Fazės skirstinio dinamika.

temos virpesių dažnį. Čia pasirenkamas antrasis variantas. Skyriuje parodoma, kad toks stimuliacijos signalo pasirinkimas leidžia desinchronizuoti visas tris anksčiau aptartas sistemas.

Kuramoto modelis su teigiamai ir neigiamai prijungtais osciliatoriais. KFP metodas, ištestuotas su tinklu, sudarytu iš $N_- = 1500$ antagonistų ir $N_+ = 3500$ konformistų, naudojant $M = 4$ elektrodus. Paveikslėlio 1.15 (a) ir (b) dalys atitinkamai vaizduoja tvarkos parametro dinamiką ir fazių skirstinį. Laiko tarpu $t < 200$, sistema neveikiama ir yra sinchronizuotoje būsenoje. Įjungus KFP ($200 < t < 300$), osciliatoriai tinkle persiorganizuoja į kitas sankaupas taip, kad sutaptų jų ir juos veikiančios išorinės jėgos fazės. Reikėtų pažymėti, kad nuo laisvos sistemos ši situacija skiriasi tuo, kad naujai susidariusias sankaupas sudaro tiek konformistai, tiek antagonistai. Toks išsidėstymas yra nekoherentinės būsenos pritraukimo baseine, todėl išjungus stimuliaciją ($t > 300$) osciliatoriai desinchronizuojasi.

Bemastelinis fazinių osciliatorių tinklas. Čia mes pademonstruosime KFP efektyvumą valdant sinchronizaciją bemastelinuose tinkluose. Skaitmeniniai tokio tinklo modeliavimo rezultatai pateikti paveikslėlyje 1.16. Paveikslėlis 1.16 (a) vaizduoja tvarkos parametro dinamiką, o 1.16 (b) fazės skirstinio evoliuciją. Laiko tarpu $t < 40$, tinklas neveikiamas jokia išorine jėga ir yra sinchronizuotoje būsenoje, tada laikui tarpui $40 < t < 50$, KFP algoritmas, su $M = 4$ elektrodais, $a = 10$ amplitudė ir $\Omega = 2\pi$ dažniu yra įjungiamas. Nuo $t = 50$



1.16 pav. Synchronizacijos panaikinimas KFP metodu bemasteliniame fazinių osciliatorių tinkle, sudarytame iš $N = 1000$ osciliatorių, sujungtų $K = 6$ stiprių. (a) Mėlyna kreivė rodo tvarkos parametro absoliutinę vertę, apskaičiuotą iš fazių dinamikos. (b) Fazės skirstinio dinamika. Paveikslėlio (a) ir (b) dalių masteliai skirtingi.

stimuliacija vėl išjungiama, tačiau sistema lieka nekoherentinėje būsenoje.

REZULTATŲ SANTRAUKA IR IŠVADOS

1. Neurono, veikiamo aukštadažne stimuliacija, dinamikai tirti buvo pritaikytas vidurkinimo metodas. Nustatyta, kad aukštadažnės stimuliacijos poveikį aprašo parametras, lygus stimuliacijos srovės amplitudės ir dažnio santykiui.
2. Homogeninė aukštadažnė stimuliacija yra efektyvus būdas valdyti impulso sklidimą aksonu, kadangi ja galima kontroliuoti impulso plotį ir sklidimo greitį. Nustatyta, kad didelis stimuliacijos intensyvumas gali nuslopinti impulso sklidimą. Mielinuoto aksono atveju, mažo intensyvumo stimuliacija gali pagerinti aksono pralaidumą impulsams. Toks sistemos elgesys yra nulemtas neurono sužadinimo priklausomybės nuo stimuliacijos parametro.
3. Sinchronizacijos valdymui pasiūlytas registracijos-stimuliacijos algoritmas, kurio veikimo principas pagrįstas trūkiu grįžtamoju ryšiu. Algoritmas gali būti taikomas sudėtingose situacijose, kur standartiniai grįžtamojo ryšio metodai neveikia. Pasiūlyto algoritmo efektyvumas išbandytas su įvairiais osciliatorių tinklais.
4. Registracijos-stimuliacijos algoritmo nekoherentinės būsenos stabilumo zonos grįžtamojo ryšio delsos τ ir stiprio P plokštumoje turi rezonansinę struktūrą. Šios zonos yra ties vertėmis $\tau = mT/2$, kur T yra charakteringas sistemos vidutinio lauko periodas, kai sistemos neveikia išorinė stimuliacija, o m yra neneigiamas sveikasis skaičius.
5. Pristatytas patobulintas registracijos-stimuliacijos algoritmas, kuriuo įgyvendinama krūvio balanso sąlyga. Ši sąlyga nepanaikina nekoherentinės būsenos stabilumo zonų (τ, P) plokštumoje rezonansinės struktūros, tačiau nustoja veikti mažų delsų riboje $\tau \rightarrow 0$.
6. Bistabilių osciliatorinių tinklų valdymui pritaikyti registracijos-stimuliacijos ir koordinuoto fazės postūmio metodai. Šiuo atveju, kalbėdami apie valdymą, norime pasakyti, kad sistema yra pervedama iš stabilios koherentinės į stabilią nekoherentinę būseną.

Nustatyta, kad registracijos-stimuliacijos algoritmas yra efektyvus globaliai sujungtų osciliatorių valdymui, o koordinuoto fazės postūmio metodu galima valdyti ne tik globaliai sujungtus osciliatorius, bet ir osciliatorius sujungtus bemasteline tinklo topologija.

LITERATŪRA

- [1] J. A. Sanders, F. Verhulst, J. Murdock. *Averaging Methods in Nonlinear Dynamical Systems*. Springer, 2007.
- [2] A. C. Scott. The electrophysics of a nerve fiber. *Rev. Mod. Phys.*, 47:487–533, 1975.
- [3] J. P. Keener. Waves in excitable media. *SIAM J. Appl. Math.*, 39:528–548, 1980.
- [4] G. Flores. Stability analysis for the slow traveling pulse of the FitzHugh-Nagumo system. *SIAM J. Math. Anal.*, 22:392–399, 1991.
- [5] C. K. R. T. Jones. Stability of the travelling wave solution of the Fitzhugh-Nagumo system. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 286:431–469, 1984.
- [6] J. P. Keener, J. Sneyd. *Mathematical physiology*. Springer, New York, 1998.
- [7] Th. Erneux, G. Nicolis. Propagating waves in discrete bistable reaction-diffusion systems. *Physica D*, 67:237–244, 1993.
- [8] J. Keener, J. Sneyd. *Mathematical physiology*. Springer, 2001.
- [9] T. Insperger. Act-and-wait concept for continuous-time control systems with feedback delay. *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, 14:974 – 977, 2006.
- [10] G. Stépán, T. Insperger. Stability of time-periodic and delayed systems — a route to act-and-wait control. *Annu. Rev. Control*, 30:159–168, 2006.
- [11] Y. Kuramoto. *Chemical oscillations, waves and turbulence*. Springer, Berlin, 1984.
- [12] S. H. Strogatz. From Kuramoto to Crawford: exploring the onset of synchronization in populations of the coupled oscillators. *Physica D*, 143:1–20, 2000.
- [13] E. Ott, Th. M. Antonsen. Low dimensional behavior of large systems of globally coupled oscillators. *Chaos*, 18:037113, 2008.

- [14] I. Ratas, K. Pyragas. Controlling synchrony in oscillatory networks via an act-and-wait algorithm. *Phys. Rev. E*, 90:032914, 2014.
- [15] M. Rosenblum, N. Tukhlina, A. Pikovsky. Delayed feedback suppression of collective rhythmic activity in a neuronal ensemble. *Int. J. Bifurcation Chaos*, 7:1989–1999, 2006.
- [16] A. L. Hodgkin, A. F. Huxley. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *J. Physiol.*, 117(4):500–544, 1952.
- [17] P. A. Tass. A model of desynchronizing deep brain stimulation with a demand-controlled coordinated reset of neural subpopulations. *Biol. Cybern.*, 89:81–88, 2003.
- [18] H. Hong, S. H. Stogatz. Kuramoto model of coupled oscillators with positive and negative coupling parameters: An example of conformist and contrarian oscillators. *Phys. Rev. Lett.*, 106:054102, 2011.
- [19] J. Gómez-Gardeñes, S. Gómez, A. Arenas, Y. Moreno. Explosive synchronization transitions in scale-free networks. *Phys. Rev. Lett.*, 106:128701, 2011.

SANTRUMPŲ SĄRAŠAS

AD(S) – aukštadažnė (stimuliacija)

FHN – FitzHugh-Nagumo neurono modelis

KFP – koordinuoto fazės postūmio metodas

SL – Stuart-Landau modelis

UTGR – uždelstas trūkų grįžtamasis ryšys

SUMMARY

The dissertation deals with excitable and oscillatory neural systems. Although we use simplified mathematical models for real neural networks, we believe that the new insights made in this thesis might lead to novel therapeutic approaches in neuroscience.

The dissertation consists of four chapters. Three of these chapters present an original material. In the first chapter motivation, definitions and used models are introduced. In the second chapter, homogeneous high-frequency stimulation effect on a pulse propagation in a single axon is analysed. We consider two cases – unmyelinated and myelinated axons. As a basis for an axon model we chose the FitzHugh-Nagumo equations. Seeking for analytical results we first apply an averaging method and separate the neuron dynamics into slow and fast components. As a result we derive averaged equations for the slow component that do not contain a high-frequency term. Then we analyse the travelling waves in the averaged system via an asymptotic pulse construction method. Such an approach allow us to obtain the dependence of the parameters of the travelling pulse on the amplitude of high-frequency stimulation current in an analytical form. It was estimated, that a homogeneous high-frequency stimulation is an effective tool to control pulse propagation in the axon as stimulation parameter regulates pulse width and speed. It was established that high stimulation intensities can suppress pulse propagation. In the case of myelinated axons and small stimulation intensity, pulse enhancement is possible. Mechanism of this behaviour is related to the dependence of the excitability parameter on the stimulation intensity. The validity of the results are tested by numerical simulations.

The third chapter deals with synchrony suppression in ensembles of globally coupled oscillators. Firstly we propose an algorithm for a complicated control situation, when an output signal is small in comparison to a stimulated signal so that reliable simultaneous registration and stimulation of the system is not possible and the standard feedback control algorithms cannot be applied. Such a situation is typical for neuronal systems. Our algorithm is based on the act-and-wait control, which assumes a separation in time of the

registration and stimulation stages. In the registration (wait) stage, the mean field of the free oscillatory system is recorded in a memory and in the stimulation (act) stage it is fed back to the system. The periodic repetition of these two stages can effectively destroy the mutual synchronization in ensembles of globally coupled oscillators. It was shown, that the incoherent state stability domains of the act-and-wait algorithm in the parameter plane of the feedback delay time τ and gain P , have a resonance structure; they are located at the values of $\tau = mT/2$, where T is the characteristic period of oscillations of the mean field of synchronized oscillators in the absence of control and m is a non-negative integer number. Also a modified version of the algorithm taking into account the charge-balanced requirement has been considered. The charge balance requirement does not destroy the resonance structure of the incoherent state stability domains in the (τ, P) plane, but the algorithm stops to work for small values of τ . The efficiency of our algorithm is demonstrated analytically and numerically for globally coupled Stuart-Landau oscillators, and synaptically all-to-all coupled FitzHugh-Nagumo as well as Hodgkin-Huxley neurons.

In the last chapter the problem of controlling synchrony in bistable networks, which possess the coexisting coherent and incoherent states, both being stable for the same values of the parameters, were considered. The specific asymptotic state of such a system depends on the initial conditions. The control problem that we formulate here is as follows. We assume that a bistable network is initially in the stable coherent state and our aim is to design a particular time-dependent perturbation which enables us to switch the system to the stable incoherent state. Such a problem can be motivated, e.g., by a possible control of epilepsy, which is modelled by a bistable neural network in which the disease and healthy states are associated with the stable coherent and incoherent states, respectively.

The act-and-wait and multisite coordinated reset stimulation methods were suggested for switching the bistable networks from the stable coherent state to the stable incoherent state. It is shown, that act-and-wait algorithm is efficient for the globally coupled populations of oscillators, while multisite coordinates reset stimulation is effective for global coupling and complex scale-free topology networks.

About the author

Irmantas Ratas was born in 1986 in Plungė. In 2005, graduated from the Plungė "Saulės" gymnasium. In 2009 he received a Bachelor degree in Physics at Vilnius university, in 2011 –

obtained Master's degree in Theoretical Physics and Astronomy at Vilnius University. At the same years he started doctoral studies in the Center for Physical Sciences and Technology.